

LABORATORIOS DE BIOESTADISTICA

III SEMESTRE

INTRODUCCION

Estas guías de laboratorio han sido elaboradas para los alumnos de pregrado del COLEGIO ODONTOLOGICO COLOMBIANO en área de Salud Pública. Dichas guías tienen como objetivo brindarle la posibilidad de aplicar los conocimientos adquiridos en bioestadística.

El docente Lic. en Física y Matemáticas Carlos Ovalle Pérez diseñó este trabajo teniendo como referencia el libro "DENTAL PUBLIC HEALTH BIOSTATISTICS" de los doctores Jane A. Weintraub, Chester W. Douglas, Dennis Gilligs, esperando que este material sea una valiosa oportunidad de aprendizaje y obtenga de él, el máximo beneficio.

Todos los derechos reservados, ninguna parte de estos laboratorios puede ser reproducida o transmitida en ninguna forma, y por ningun medio electrónico, mecánico o de fotocopiadora

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE: _____

CODIGO: _____

LABORATORIO # 1 TEST DE HIPOTESIS, NIVEL DE SIGNIFICACIÓN Y POTENCIA.

INTRODUCCION: En este laboratorio le explicaremos los conceptos de test de hipótesis y nivel de significación. Al leer la bibliografía odontológica, usted hallará términos como 'hipótesis nula', 'hipótesis alternativa' y 'nivel de significación'. Por ejemplo, usted encontrará enunciados como 'hubo una diferencia significativa entre el grupo A y el grupo B' o 'la diferencia entre las tasas fue significativa a un nivel del 5%'.

Se aplica cierta teoría estadística para formular estos enunciados. Para aplicarla se han formulado previamente una hipótesis nula, una hipótesis alternativa, y un nivel de significación. Ahora examinaremos minuciosamente que significan esos términos.

OBJETIVOS: 1. Usted podrá formular una hipótesis nula y una hipótesis alternativa en una situación experimental dada.

2. Usted podrá experimentar el nivel de significación en este mismo ejemplo.

3. Usted podrá analizar el concepto de potencia en una situación experimental y saber porque es importante en la determinación del tamaño de una muestra para el experimento.

FORMULACION DE UNA HIPOTESIS NULA

¿ Que es una hipótesis nula ?

Suponga que se esta llevando a cabo un estudio para resolver interrogantes acerca de diferencias entre dos tipos de selladores de fosas y fisuras. Una pregunta que podría formularse es: Despues de 10 años ¿ hay una diferencia en la retención entre un sellador de autocurado y uno que requiere un aluz ultravioleta para ser polimerizado?. En esta situación, la hipótesis nula se podría formular: 'No hay diferencia en la retencion de los dos selladores despues de 10 años'. Generalmente una hipótesis nula es el enunciado de que no hay diferencia entre grupos o de que un factor no depende del otro (de ahí que se le denomine nula).

PROBLEMA 1.

Probemos con otro ejemplo. Suponga que usted quiere saber si una marca de dentífrico, Brillo, es mejor que otra, Gol, para prevenir la caries dental. ¿ Cual sería en ese caso el enunciado de una hipótesis nula?

PROBLEMA 2.

Suponga que usted tiene interés en establecer la hipótesis nula y alternativa para responder a la pregunta: ¿ Disminuye la aspirina en los pacientes el dolor posterior a la extracción, tanto como un compuesto de aspirina con codeína?. ¿ Que escribiría usted como enunciado de la hipótesis alternativa en este caso?

INVESTIGACION ACERCA DE LA CREDIBILIDAD DE LA HIPOTESIS NULA

Se puede concebir una prueba de una hipótesis como una investigación acerca de la credibilidad de la hipótesis nula. Los resultados que obtenemos de una muestra apropiada, se comparan con 'lo que esperamos que se produzca' si la hipótesis nula es verdadera. Como hay variación en el muestreo, nunca podemos estar absolutamente seguros de que la muestra no halla sido una muestra no representativa de la población total. Esto quiere decir que existe una posibilidad de que hallamos extraído una muestra que indique que la hipótesis nula es falsa cuando en verdad es verdadera. La frase 'lo que esperamos que se produzca' puede parecer vaga en este momento.

Existen métodos matemáticos para cuantificar su expectativa de lo que producirá la hipótesis nula si es verdadera.

SIGNIFICACION

Suponga que se ha llevado a cabo un estudio en la universidad de Boston, E.U.A. que reveló que el 38% de los odontólogos encuestados estaba a favor de la educación permanente obligatoria como requisito para la renovación de la licencia para ejercer la profesión. y el 62% estaban en contra. Si esta encuesta hubiera incluido a cada uno de los odontólogos de esa ciudad, podríamos decir con certeza absoluta que la hipótesis nula (no existe diferencia entre el número de odontólogos generales de la ciudad de cuestion que están a favor y que se oponen a la educación obligatoria) es falsa. Sin embargo como solo tenemos los resultados de una muestra de odontólogos, esos resultados se pueden deber únicamente a variación por azar.

Aquí es donde entra a jugar el nivel de significación. Sabemos que si nos basamos en una muestra siempre tendremos alguna posibilidad de obtener una muestra no representativa. De esta manera, como siempre habrá alguna posibilidad de que la muestra en cuyas mediciones nos basamos sea no representativa, corremos el riesgo de decir que la hipótesis nula es falsa cuando en realidad es verdadera. El nivel de significación es el riesgo que estamos dispuestos a correr de que una muestra que mostro una diferencia haya sido engañosa. Es decir, engañosa en el sentido de que la diferencia observada se debía solo al azar.

Por ejemplo el enunciado 'La diferencia entre el porcentaje de odontólogos a favor y en contra de la educación permanente obligatoria fue significativo con un nivel del 5%', significa que existe un 5% de que nuestra muestra haya evidenciado una diferencia aun cuando no exista diferencia entre los dos porcentajes. el 'nivel' es el grado de riesgo que estamos dispuestos a correr de haber obtenido una muestra no representativa. Otra forma de enunciar esto mismo es 'solo una muestra de cada 20 ($1/20=0.05$ o 5%) nos mostraría una diferencia tan grande como la de esta muestra si el enunciado de la hipótesis nula fuera verdadera. En estas condiciones concluimos que la hipótesis nula es falsa, aun sabiendo que hay una posibilidad entre 20 que hayamos sido engañados por una muestra poco representativa. La condición de que la hipótesis nula es falsa a un nivel del 5% puede considerarse como razonable indicio en contra de la hipótesis nula. La conclusión de que la hipótesis nula es falsa a un nivel del 1% puede considerarse como claro indicio en contra de la hipótesis nula.

PROBLEMA 3.

Examinemos un ejemplo relativo a la significación. ¿Que quiere decir nivel de significación del 5%?

1. ¿que corremos un 5% de riesgo de exponer incorrectamente la hipótesis nula?
2. ¿que corremos un 5% de riesgo de que nuestra hipótesis no sea representativa si la hipótesis nula es verdadera?
3. ¿que corremos un 5% de riesgo de obtener una muestra no representativa si la hipótesis alternativa es verdadera?
4. ¿que corremos un 5% de riesgo de tomar una decisión equivocada, cualquiera que sea la hipótesis verdadera?

PROBLEMA 4.

¿Que piensa usted que significa $p < 0.01$?

Tabla 1.1

TAMAÑO DE LA MUESTRA REQUERIDO POR GRUPO DE TRATAMIENTO				
Suponiendo $\alpha=0.05$ y $\beta=0.10$				
Tasa de éxito para el peor tratamiento (Brillo)	Superación de la tasa de éxito con el mejor tratamiento (Gol)			
	5%	10%	25%	35%
10%	910	260	54	31
25%	1680	440	77	40
50%	2100	520	77	35

PROBLEMA 5.

¿Que sucede con el tamaño requerido de la muestra si sobreestimamos la diferencia entre Brillo y Gol (si, por ejemplo, la diferencia entre los dos dentífricos es en realidad 10% y no 25%, como originalmente se supuso.)?

PROBLEMA 6.

Suponiendo un error de tipo I de 5% y una potencia del 90%, ¿Que tamaño de muestra se requeriría si Brillo redujese un 25% y Gol un 30% las caries dentales.

A partir de estos ejemplos, puede usted observar que cuanto menor es la diferencia por detectar, más sujetos se necesitan para estar en condiciones de tomar la decisión correcta.

Para proceder así, hay que adivinar o estimar a partir de trabajos previos, la diferencia verdadera entre tratamientos y la varianza de la población.

Es importante adivinar con tanta precisión como sea posible, pues el error beta es muy sensible a las cantidades. La determinación el tamaño de la muestra depende por lo tanto de: 1. El grado de error α y β que usted como investigador esta dispuesto a aceptar, 2. la magnitud de la diferencia entre tratamientos por detectar, y 3. la varianza de la población pertinente.

Para ilustrar como el tamaño de la muestra y la diferencia entre tratamientos aumentan nuestras posibilidades de cometer un error beta, tomemos el ejemplo anterior, cuando queriamos saber si el dentifrico Brillo es mejor para prevenir la caries dental que el dentifrico Gol. Nuestra hipotesis nula dice que no existe diferencia entre el efecto cariostático de los dentifricos, mientras que la hipotesis alternativa dice que Gol es mejor que Brillo, supongamos que queremos:

1. Estar 95% seguros de que no rechazamos la hipotesis nula cuando es verdadera. En otras palabras solo deseamos correr un 5% de riesgo en las posibilidades de cometer un error alfa

2. Tambien deseamos estar 90% seguros de que rechazaremos la hipotesis nula cuando la hipotesis alternariva es correcta (potencia= 0.90)

Como el error beta es el complemento de la potencia, ambos se relacionan de la siguiente forma:

$$\beta = 1 - \text{potencia}$$

Por lo tanto si la potencia es igual a 90%, solo deseamos correr un riesgo del 10% de posibilidades de cometer un error beta ($\beta = 0.10$). De conformidad con la diferencia sospechada, de que Gol es mejor que Brillo, variará el tamaño de la muestra requerida. Nuevamente, supongamos que sospechamos que los sujetos que utilicen Brillo tendran una mejora del 25% en su problema de caries, mientras que los que usen Gol experimentaran una mejora del 50%. La tabla 1.1 muestra los tamaños minimos de la muestra que se requieren por cada grupo para garantizar que no se cometa un error beta cuando se haya fijado alfa en 0.05 y beta en 0.10, consultando la tabla, comprobamos que necesitamos por lo menos 77 sujetos en cada grupo para asegurar con un 90% de probabilidad que estaremos en condiciones de detectar diferencias del 25% entre los dos dentifricos.

Tambien se debe notar que si se aumenta el error alfa, se disminuye el error beta de un experimento con una muestra de determinado tamaño.

MAS ACERCA DE LA HIPOTESIS NULA

Si la meta de un estudio es si se rechaza o no la hipótesis nula ¿cómo podemos estar seguros de que tomamos la decisión correcta?. supongamos que volvemos al ejemplo en el cual la hipótesis nula dice, 'no existe diferencia en la reducción del dolor posterior a la extracción entre unos pacientes a quienes se dio aspirina y otros a los que se les suministró aspirina con codeína'. Las hipótesis alternativa es, por supuesto, que existe diferencia. Si quisieramos tomar la decisión correcta deberíamos:

1. Rechazar la hipótesis nula cuando los tratamientos son diferentes o
2. No rechazar la hipótesis nula si en verdad los tratamientos no difieren.

Recuerde que cuando analizamos los niveles de significación asumimos que la hipótesis nula es verdadera ; en otras palabras, en realidad no hay diferencia en la reducción del dolor si se suministra aspirina o aspirina con codeína. Con un nivel de significación del 5% para la hipótesis nula, el 95% de las veces obtendremos una muestra indicativa de que no existe diferencia entre ambos tratamientos. Además, solo corremos un 5% de riesgo de obtener una muestra que indique una diferencia significativa entre los dos tratamientos. En otras palabras, solo tenemos un 5% de posibilidades de llegar a la decisión equivocada: Equivocadamente rechazaremos la hipótesis nula el 5% de las veces, cuando en realidad es verdadera. Este tipo de decisión equivocada se conoce como error de tipo I o error (α). Una muestra representativa seleccionada aleatoriamente ayuda a no cometer un error alfa.

¿Que pasa si en realidad los tratamientos difieren?. En otras palabras , si la hipótesis alternativa es verdadera, el alivio posterior a la extracción es diferente con aspirina y con aspirina más codeína. Existe una posibilidad, por supuesto, de que lleguemos a una decisión equivocada también en este caso: declaremos que no existe diferencia entre aspirina y aspirina con codeína cuando en realidad si existe diferencia. Este tipo de error se conoce como error de tipo II o beta (β). ¿cómo podemos asegurar que no cometeremos un error sino que rechazamos la hipótesis nula cuando es verdadera la alternativa?.

POTENCIA

La capacidad de un estudio para detectar una diferencia entre tratamientos si la hipótesis alternativa es verdadera se conoce como potencia de un estudio.

La potencia depende de 1. la magnitud de la diferencia entre los dos tratamientos, que se debe detectar; 2. el número de sujetos de cada tratamiento, que se incorpora al estudio, 3. la varianza de la población, y 4. el error α que estamos utilizando.

El establecimiento de la diferencia entre los dos tratamientos que se desea detectar y, a partir de allí, la determinación del número de sujetos que se necesitan antes de comenzar el estudio, ayuda a evitar un error beta.

Si usted está dispuesto a correr un riesgo mayor de cometer un error de tipo II, también se puede manejar con una muestra de menor tamaño. Alternativamente, si queremos disminuir las posibilidades de cometer un error de tipo II, lo hacemos con el riesgo de aumentar el error de tipo I. Sin duda un investigador debe preguntarse porque hacer un estudio si el tamaño de la muestra es inadecuado para detectar la diferencia real entre los tratamientos. Sin embargo, habida cuenta del costo y el tiempo que entraña la utilización de mayor cantidad de sujetos en un estudio, todo investigador debe poner en la balanza los trueques por hacer: queremos mantener un número bajo de sujetos en un estudio, y, a pesar de ello, conservar la potencia del estudio. Si un estudio puede concretar ese equilibrio se dice que es eficiente. Teóricamente, cuanto mayor sea la aproximación con que podamos adivinar la diferencia, mejor será nuestra selección del tamaño de la muestra, lo que se traducirá en un estudio con más potencia y eficiencia. Debe ahora quedar en claro que una gran diferencia entre dos variables en estudio quizás no aparezca como significativa si el tamaño de la muestra es muy pequeño. También es interesante señalar que si el tamaño de la muestra es muy grande, puede aparecer como 'muy significativa' una pequeña diferencia entre dos variables en estudio. Este fenómeno se ve claramente en la tabla 1.1: Suponga que 2.100 sujetos utilizan Brillo o Gol y que los que usan Brillo experimentan una mejoría del 50% en sus caries en comparación con una mejoría del 55% para los usuarios de Gol. Esta diferencia del 5% entre los dos grupos sería estadísticamente significativa. Sin embargo, será el juicioso investigador (o clínico) quien determine si esta pequeña diferencia es clínicamente significativa.

REVISION

1. Hipotesis nula es el enunciado de que no hay diferencia entre dos o más tratamientos o factores de investigación.
2. Hipotesis alternativa es el enunciado de que hay una diferencia entre dos o más tratamientos o factores de investigación.
3. Después de formular las hipótesis nula y alternativa, se selecciona una muestra para el estudio a fin de 'probar la credibilidad de la hipótesis'. ¿Representan la realidad los resultados de nuestra muestra?. Seleccionando un nivel de significación, elegimos el grado de riesgo que estamos dispuestos a correr de que nuestra muestra no sea representativa.
4. Si llevamos a cabo un test de significación con los datos obtenidos de nuestra muestra, establecemos un valor que nos permite determinar si rechazamos o no la hipótesis nula. Si el nivel de significación se fija en 5% y el valor de nuestro test es $p < 0.05$, podemos rechazar nuestra hipótesis nula.
5. Con los resultados del test de significación podemos llegar a dos respuestas diferentes: aceptar o rechazar la hipótesis nula. La finalidad del análisis es tomar la decisión correcta.

Tabla 1.2

Resultado de un test de significación	La hipótesis nula es verdadera	la hipótesis alternativa es verdadera
Estadísticamente es significativo: rechace la hipótesis nula	Error de tipo I o alfa (α)	Decisión correcta
Estadísticamente no es significativo: no rechace la hipótesis nula	Decisión correcta	Error de tipo II o beta (β)

6. Error de tipo I o alfa. Esta decisión errónea es el resultado de rechazar la hipótesis nula cuando en realidad es verdadera. El establecimiento del nivel de significación del 5% implica que, como investigador, usted está dispuesto a aceptar un 5% de posibilidades de cometer un error alfa.

7. Una muestra representativa seleccionada aleatoriamente y un buen diseño en el estudio ayudan a aumentar la probabilidad de aumentar un error alfa.

8. Error de tipo II o beta. Esta decisión errónea es el resultado de no rechazar la hipótesis cuando en realidad es verdadera.

9. La potencia de un estudio es la posibilidad de detectar la diferencia entre dos muestras si la hipótesis alternativa es verdadera.

10. La potencia depende de 1. La magnitud de la diferencia por detectar, 2. el tamaño de la muestra en el estudio, y 3. el error alfa. Si la diferencia es grande, se necesitan pocos sujetos en el estudio. Por el contrario, si la diferencia es pequeña, se requiere un tamaño de muestra grande. Más aún, si se deja que aumente el error alfa, disminuye el error beta.

TEST FINAL # 1.

Cuando usted lee un enunciado con los resultados de una comparación en función del nivel de significación o de un porcentaje de significación, hay tres conceptos asociados con ese enunciado: la hipótesis nula, la hipótesis alternativa y el nivel de significación. Tratemos de combinar estos tres conceptos.

Suponga que, después de haberse tomado mediciones de profundidad de bolsa periodontal en dos grupos de pacientes, el resultado se enunciará así:

‘Hubo una diferencia significativa en cuanto al promedio de profundidad de bolsa periodontal entre el grupo A y el grupo B a un nivel del 5%’.

1. ¿Cuál de los siguientes enunciados es adecuado para la hipótesis nula?
 - a) Existe una diferencia en el promedio de profundidad de bolsa periodontal entre individuos del grupo A y del grupo B.
 - b) No existe diferencia en el promedio de profundidad de bolsa periodontal entre individuos del grupo A y del grupo B.
 - c) No existe diferencia de variabilidad de muestras entre los grupos A y B.
 - d) Los grupos A y B incluyen diferentes tipos de individuos en lo que respecta a profundidad de bolsa periodontal.
2. ¿Es uno de estos enunciados una formulación adecuada para la hipótesis alternativa? Si es así, ¿Cuál? Si no lo es, ¿Cuál es la hipótesis alternativa?
3. ¿Y que pasa con el nivel de significación? El autor dió a entender que:
 - a) ¿Existen 5% de posibilidades de que (el autor) haya observado una diferencia?
 - b) ¿Esta de acuerdo (el autor) con la hipótesis nula, sabiendo que existe como mucho un 5% de posibilidades de que haya trabajado con una muestra no representativa?
 - c) ¿No está de acuerdo (el autor) con la hipótesis nula, sabiendo que existe como mucho un 5% de posibilidades de estar equivocado?
 - d) ¿No esta de acuerdo (el autor) con la hipótesis alternativa el 5% de las veces?
4. Si quisieramos estar más convencidos de que las conclusiones del autor fueron válidas, ¿Que otra información nos hubiera sido útil? ¿por qué?
 - a) El valor del error beta
 - b) La media y el error estandar del grupo A y del grupo B.
 - c) El tamaño de muestra de cada grupo
 - d) Todas las anteriores.

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE RECTOR
Giganteo + Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE-RECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE: _____

CODIGO: _____

LABORATORIO # 2 LA ESTADISTICA CHI-CUADRADO APLICADA A UNA TABLA DE 2 * 2

INTRODUCCION: Tal vez usted recuerde que en el laboratorio #1 dijimos que existían métodos matemáticos para evaluar la credibilidad de la hipótesis nula. Uno de estos métodos es la prueba de chi-cuadrado. Es una prueba utilizada con frecuencia, que se puede aplicar sin herramientas matemáticas complejas. El símbolo χ^2 se llama "chi-cuadrado" y se refiere a una distribución estadística que es la base de la prueba. En este laboratorio utilizaremos este método para encarar un tipo específico de situación. Encaremos un problema en el que compararemos dos grupos (digamos el grupo A y el grupo B) con respecto a alguna característica. Tendremos una tabulación del número de observaciones en el grupo A y en el grupo B, presentada de esta forma:

Tabla 2.1

	Con la característica	sin la característica
Grupo A		
Grupo B		

Nuestra hipótesis nula es "no existe diferencia en la producción de quienes en el grupo A tienen la característica y la producción de quienes la tienen en el grupo B". En este laboratorio usted verá como se puede hacer un cálculo para investigar en forma cuantitativa esta hipótesis nula.

OBJETIVOS

1. A partir del enunciado de los resultados de un experimento clínico, usted podrá confeccionar una tabla de 2×2 y calcular una estadística chi-cuadrado.
2. Usted podrá interpretar el valor calculado de una estadística chi-cuadrado en el caso de este experimento clínico.
3. Usted podrá identificar entre cuatro elecciones posibles una interpretación correcta de una estadística chi-cuadrado.

TABLA DE 2 * 2

Suponga que usted este llevando a cabo un estudio para comparar las escuelas postoperatorias experimentadas por pacientes que reciben tratamiento endodóntico en una o varias secciones en dientes con el mismo diagnóstico previo.

Después de completar el tratamiento, se solicitó a los pacientes que remitieran comunicaciones en las que indicasen si habían tenido o no dolor postoperatorio. La tabla siguiente muestra los resultados.

Tabla 2.2

	Con la característica con dolor	Sin la característica sin dolor	Total
Grupo A: una sesión	50	32	82
Grupo B: varias sesiones	75	133	208

Puede verse que esta tabla tiene una forma similar a la que se indicó en la introducción. La tabla nos dice que hubo 82 pacientes que fueron tratados en una sola sesión y 208 que fueron atendidos en varias sesiones (un total de 290 pacientes entre los dos grupos). Notará que hay dos grupos y dos características. Este tipo de tabla se conoce como tabla de 2 * 2. El 'por' se simboliza por medio de '*' y escribimos 2*2. En realidad hay 2*2=4 categorías de observaciones en la tabla: pacientes de una sesión con dolor, pacientes de una sesión sin dolor, pacientes de varias sesiones con dolor y pacientes de varias sesiones sin dolor.

PROBLEMA 1.

Consulte la tabla y conteste: ¿Cuántos pacientes experimentaron dolor en la muestra combinada de los dos grupos?

Nuestra tabla completa ahora es:

	Con dolor	Sin dolor	Total
Una sesión	50	32	82
Varias sesiones	75	133	208
Total (ambos grupos)	125	165	290

TABLA DE 2 * 2

Suponga que usted este llevando a cabo un estudio para comparar las escuelas postoperatorias experimentadas por pacientes que reciben tratamiento endodóntico en una o varias secciones en dientes con el mismo diagnóstico previo.

Después de completar el tratamiento, se solicitó a los pacientes que remitieran comunicaciones en las que indicasen si habían tenido o no dolor postoperatorio. La tabla siguiente muestra los resultados.

Tabla 2.2

	Con la característica con dolor	Sin la característica sin dolor	Total
Grupo A: una sesión	50	32	82
Grupo B: varias sesiones	75	133	208

Puede verse que esta tabla tiene una forma similar a la que se indicó en la introducción. La tabla nos dice que hubo 82 pacientes que fueron tratados en una sola sesión y 208 que fueron atendidos en varias sesiones (un total de 290 pacientes entre los dos grupos). Notará que hay dos grupos y dos características. Este tipo de tabla se conoce como tabla de 2 * 2. El 'por' se simboliza por medio de '*' y escribimos 2*2. En realidad hay 2*2=4 categorías de observaciones en la tabla: pacientes de una sesión con dolor, pacientes de una sesión sin dolor, pacientes de varias sesiones con dolor y pacientes de varias sesiones sin dolor.

PROBLEMA 1.

Consulte la tabla y conteste: ¿Cuántos pacientes experimentaron dolor en la muestra combinada de los dos grupos?

Nuestra tabla completa ahora es:

	Con dolor	Sin dolor	Total
Una sesión	50	32	82
Varias sesiones	75	133	208
Total (ambos grupos)	125	165	290

Recuerde que aún así es una tabla de 2×2 ; los totales son un grupo o característica por separado.

UTILIZACION DE LA TABLA PARA EVALUAR UNA HIPOTESIS NULA

Estamos ahora listos para tomar la información de la tabla y evaluar una hipótesis nula apropiada (recuerde que la hipótesis nula se estableció antes de iniciar el estudio).

PROBLEMA 2.

Aplicando la definición el capítulo sobre test de hipótesis, ¿Cuál será la hipótesis nula en este ejemplo?

Si la hipótesis nula es verdadera, no debería existir diferencia en las proporciones de pacientes de una sola sesión que sufrieron dolor y de los grupos de ambos tratamientos combinados que experimentaron esa sesión. (lo mismo es válido para los pacientes de varias sesiones). ¿Tiene esto sentido? Hagamos algunos cálculos para ilustrar la cuestión un poco más.

PROBLEMA 3.

¿Cuál es la proporción de pacientes (ambos grupos combinados) que informaron que habían sentido dolor postoperatorio en esta muestra?

Si realmente no existe diferencia en la proporción de pacientes que informaron que habían experimentado dolor entre los dos grupos (sesión única o varias sesiones), en cada grupo tendría que haber aproximadamente la misma proporción de pacientes que hubiesen informado que habían tenido dolor, o sea 0.431.

Suponga que la proporción de pacientes que informaron que habían tenido dolor en varios grupos combinados fuera igual a 0.431 y que usted supiera que hubo 49 pacientes en la muestra. Si la hipótesis nula es verdadera (no existe diferencia en la proporción entre los dos grupos) ¿cuántos de estos 49 pacientes espera usted que hubieran experimentado dolor postoperatorio?

Su expectativa sería $49 \times 0.431 = 21$ pacientes con dolor postoperatorio.

PROBLEMA 4.

Consultando la tabla, ¿cuántos pacientes de varias sesiones esperaría usted que hubiesen experimentado dolor, si la hipótesis nula fuera verdadera?

De la misma forma podemos calcular el número esperado de pacientes de cada grupo que informaron que no habían tenido dolor. El número esperado de pacientes de una sesión que informaron que no habían experimentado dolor = $82 \times 0.569 = 47$ y el número esperado de pacientes de varias sesiones que informaron que no habían tenido dolor = $208 \times 0.569 = 118$.

Recuerde que por esperado entendemos el número dentro de cada grupo que anticipamos encontrar si la hipótesis nula es verdadera, o sea, si no existe diferencia entre los dos grupos de tratamiento en lo que respecta a dolor postoperatorio.

La estadística chi-cuadrado se puede considerar en términos generales como una comparación cuantitativa entre lo que calculamos como esperado (sobre la base de la proporción de la característica en ambos grupos combinados) y lo observado en realidad. Resumamos lo que hemos calculado como números esperados para cada categoría y lo que hemos observado en realidad en la tabla.

Tabla 2.4

Categoría	Observado	Esperado
Una sesión: con dolor	50	35
Una sesión: sin dolor	32	47
Varias sesiones: con dolor	75	90
Varias sesiones: sin dolor	133	118

Una forma fácil para calcular el valor esperado para cada una de las cuatro celdas de la tabla de 2×2 es utilizar la fórmula siguiente:

$$\text{Valor esperado} = \frac{\text{Total de la fila} \times \text{Total de la columna}}{\text{Total general}}$$

Para la celda 'una sesión: con dolor' el cálculo es:

$$(82 * 125) / 290 = 35$$

Si la hipótesis nula es verdadera, la diferencia entre lo observado y lo esperado debe ser pequeña. Cuanto mayores sean estas diferencias, menos creíble será la hipótesis nula. La estadística chi-cuadrado se basa en esto. Para comenzar a calcular la estadística chi-cuadrado miramos cada categoría y:

1. Calculamos la diferencia entre los valores observados (O) y los esperados (E), o sea, $(O - E)$.
2. Elevamos esta diferencia al cuadrado, $(O - E)^2$.
3. Dividimos el cuadrado de la diferencia por el valor esperado, $(O - E)^2 / E$.
Tomemos un ejemplo de nuestra tabla. Para la categoría 'varias sesiones: con dolor'

1. La diferencia entre lo observado y lo esperado es $75 - 90 = -15$.

2. El cuadrado de la diferencia es $(-15)^2 = 225$.

3. El cuadrado de la diferencia dividido por el número esperado en esta categoría es $225 / 90 = 2.50$

PROBLEMA 5.

Pruebe con los pasos 1, 2 y 3 para la categoría 'varias sesiones sin dolor'. ¿Cuál sería el cuadrado de la diferencia dividido por el número esperado?

Nuestro paso final es sumar los valores del paso tres en todas las categorías. El resultado final que obtenemos es el valor de la estadística chi-cuadrado. Es útil realizar el cálculo utilizando la tabla siguiente, en la que el número observado en cada categoría se indica con una (O) y el número esperado con una (E).

Categoría	O	E	(O - E)	$(O - E)^2$	$(O - E)^2 / E$
1					
2					
3					
4					
Total					

El total de la última columna es el valor de la estadística chi-cuadrado.

Una de las utilidades de esta tabla consiste en brindarnos un mecanismo para controlar nuestros cálculos. Los números esperados que calculamos anteriormente pueden verse como una reubicación del número total de observaciones de la tabla. Así, para calcular los valores esperados, comenzamos con el número total de observaciones y trabajamos hacia atrás. Por ello, la suma de todos los valores esperados será igual a la suma de todos los valores observados (total de la columna E = total de la columna O). Puede haber una pequeña diferencia entre los totales por errores de redondeo, pero una diferencia muy grande indica un error de cálculo.

PROBLEMA 6.

¿Que pasa con el total de O - E? Como los totales para O y E son iguales, los números esperados en las celdas no pueden ser siempre más grandes o más pequeños que los valores observados. Por lo tanto O - E no puede ser siempre positivo ni siempre negativo. Los valores positivos de O - E en algunas celdas serán compensados por los valores negativos de otras celdas.

¿Cuál esperaría que fuese el total de O - E?

PROBLEMA 7.

Recuerde que en nuestro ejemplo hay cuatro categorías, una para cada celda de la tabla de 2*2. ¿Cuál es la estadística chi-cuadrado para esta tabla?

INTERPRETACION DE LA ESTADISTICA CHI-CUADRADO

Recuerde que dijimos que si la hipótesis nula es verdadera, la diferencia $O - E$ para cada categoría (o celda) debe ser chica, y que, por lo tanto, también debe ser pequeño el valor de chi-cuadrado. Por supuesto, si la hipótesis nula es falsa, la estadística chi-cuadrado calculada será más grande. Por consiguiente, si observamos un valor de chi-cuadrado muy pequeño, tendremos que aceptar la hipótesis nula (no existe diferencia entre los grupos), pero si observamos un valor de chi-cuadrado muy grande, tenderemos a rechazar la hipótesis nula (existe diferencia entre los grupos). Nótese, sin embargo, que esta línea de razonamiento con un soporte estadístico en realidad nunca prueba nada. Todavía nos vemos enfrentados a la decisión de aceptar o rechazar al go en un estado de incertidumbre. Claro que ahora hemos limitado las posibilidades de cometer un error y las hemos hecho muy pequeñas.

En este momento usted se debe estar preguntando ¿Cuán pequeño es lo pequeño? o ¿en que valor de la estadística chi-cuadrado rechazamos la hipótesis nula?. Bueno, recuerde que existe siempre una posibilidad de observar un valor elevado de chi-cuadrado solo por casualidad. Los expertos en estadística han tabulado las posibilidades de que chi-cuadrado este por encima de ciertos valores cuando la hipótesis nula es en verdad verdadera. Estos valores se denominan 'valores críticos'. Se calculan para que correspondan con el nivel de significación de la prueba (recuerde que el concepto de nivel de significación es la probabilidad de obtener una muestra no representativa cuando la hipótesis nula es verdadera). Por ejemplo, para una tabla de 2×2 , la probabilidad de que la estadística chi-cuadrado sea mayor que 3.84 cuando la hipótesis nula es verdadera es (0.05). De esta forma, para un test de hipótesis a nivel del 5%, el valor crítico es 3.84. (Nota: el uso de grados de libertad, necesarios para determinar el valor crítico, se estudia en el próximo laboratorio). Decimos que la hipótesis nula es probablemente falsa, o sea que rechazamos la hipótesis nula, si observamos un valor de chi-cuadrado de 3.84 o más. De lo contrario no rechazamos la hipótesis nula - no encontramos una diferencia significativa.

RESUMEN

Si la estadística chi-cuadrado es mayor o igual que el valor crítico que hemos seleccionado:

1. Hemos encontrado una diferencia significativa entre grupos;
2. Es improbable que esta diferencia se deba solamente al azar;
3. Rechazamos la hipótesis nula.

Si la estadística chi-cuadrado es menor que el valor crítico que hemos seleccionado:

1. Hemos encontrado una diferencia no significativa entre los grupos en esta muestra.
2. Los resultados obtenidos se pueden deber al azar o a la variación de las muestras y por ello no son concluyentes.
3. Aceptamos o no rechazamos la hipótesis nula.
Nuevamente, esto no significa que hayamos comprobado la hipótesis nula; solo quiere decir que no tenemos pruebas suficientes para contradecirla a partir de este experimento en particular.

PROBLEMA 8.

Volviendo a nuestro ejemplo, si el nivel de significación del test de hipótesis fue del 5%. ¿rechazaríamos la hipótesis nula (en otras palabras, encontraríamos una diferencia significativa en la proporción de pacientes que experimentaron dolor después de ser tratados en una sesión y que sufrieron dolor luego de varias sesiones) o no la rechazaríamos, basándonos en la estadística chi-cuadrado calculada?

PROBLEMA 9.

Suponga que la estadística chi-cuadrado que se ha calculado hubiera sido 2.71. En este caso, ¿Qué diría usted de la hipótesis nula?

REVISION

1. La estadística chi-cuadrado es la suma de los valores

$$\sum \frac{(\text{Observado} - \text{Esperado})^2}{\text{Esperado}} = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Donde $(O - E) / E$ se calcula para cada categoría o celda de la tabla.

2. El valor de chi-cuadrado así calculado se compara con el valor crítico de una tabla para determinar si aceptamos o rechazamos la hipótesis nula.

TEST FINAL # 2.

En el mismo estudio endodóntico, 250 pacientes fueron examinados una vez más radiográficamente en busca de signos de cicatrización ósea. Había 76 tratados en una sola sesión y 174 tratados en varias sesiones. De los que fueron tratados en una sola sesión, 65 mostraban signos de cicatrización ósea, de los pacientes tratados en varias visitas, 18 no mostraban signos de cicatrización en el examen radiográfico.

1. Confeccione una tabla de 2×2 para los dos tipos de tratamientos e indique dentro de cada grupo el número de pacientes con y sin cicatrización.
2. Calcule el número esperado de pacientes con y sin signos de cicatrización para cada grupo sobre la base de la tabla anterior.
3. Calcule el valor de la estadística chi-cuadrado para esta tabla.
4. Seleccione la respuesta que mejor se ajuste al siguiente enunciado.
Una estadística chi-cuadrado es un valor que :
 - a) Nos da una medida de lo bien que hemos confeccionado una tabla de 2×2
 - b) Nos da una medida del nivel de significación del test
 - c) Se compara con un valor crítico para establecer el nivel de significación
 - d) Se compara con un valor crítico para determinar si aceptamos o rechazamos la hipótesis nula.
5. Pruebe la hipótesis nula de que no existe diferencia en la cicatrización entre los dos grupos tratados al nivel del 5%. El valor crítico para este caso es 3.84.

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERRECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE-RECTOR
Simón Bolívar J. S.A. Caldas

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE _____

CODIGO _____

LABORATORIO # 3. TABLAS DE CONTINGENCIA Y GRADOS DE LIBERTAD.

INTRODUCCION: En el laboratorio anterior se expusieron algunos de los principios básicos que se necesitan para analizar tablas con más de dos filas o columnas. En general decimos que una tabla con (f) filas y (c) columnas es una tabla de $(f * c)$ o tabla de contingencia. Sin embargo, para que usted pueda manejar tablas más grandes, hay que explicarle un nuevo concepto: el de grados de libertad. Entendiéndolo, usted podrá analizar una tabla de cualquier tamaño más o menos de la forma en que procedió con la tabla de $2*2$.

OBJETIVOS

1. Usted podrá calcular el número de grados de libertad de la estadística chi-cuadrado para analizar la hipótesis nula de la no existencia de asociación entre la variable de las filas y de las columnas en cualquier tabla de $(f*c)$.
2. Usted podrá calcular el valor de la estadística chi-cuadrado en cualquier tabla de $(f * c)$.
3. Utilizando una tabla de la distribución de chi-cuadrado (tabla 3.5), usted podrá determinar el valor apropiado con el que se debe comparar la estadística chi-cuadrado para evaluar la credibilidad de la hipótesis nula.
4. Usted podrá interpretar la estadística chi-cuadrado calculada en cumplimiento del objetivo 2.

GRADOS DE LIBERTAD

Suponga usted que está analizando los resultados de una encuesta llevada a cabo para determinar la relación entre la actitud que se manifiesta respecto de la fluoración y el conocimiento que de ella se tiene. Los encuestados fueron elegidos de modo que fuesen representativos del público en general. Los resultados de esta encuesta en particular se resumen en la tabla 3.1. Esta tabla tiene tres filas y tres columnas.

Notará usted que se incluyen en la tabla los totales de las filas y de las columnas. Tome estos totales como cantidades fijas y las celdas de la tabla como variables. En el primer problema se expone el concepto de grados de libertad

Tabla 3.1

NUMERO DE ENCUESTADOS AGRUPADOS POR SU ACTITUD HACIA LA FLUORACION Y SU CONOCIMIENTO DE ESTE PROCESO				
Actitud hacia la fluoración	Conocimiento de la fluoración			Total
	correcto	Incierto	Incorrecto	
Favorable	209	80	151	440
Indeciso	61	67	31	159
Desfavorable	32	25	20	77
Total	302	172	202	676

PROBLEMA 1.

Suponga usted que le dieran a conocer tan solo los valores fijos totales para las filas y columnas de la tabla 3.1 y que las 9 celdas internas estuvieran vacías, ¿Cuántas de estas 9 celdas se pueden llenar sin ninguna restricción por parte de las otras celdas? (quizá este problema le resulte algo complejo, piense bien)

CALCULO DE LA ESTADISTICA CHI-CUADRADO

Lo que fundamentalmente interesa en esta tabla es saber si hay diferencias entre el conocimiento que la gente tiene sobre la fluoración y la actitud que adopta hacia ella.

La hipótesis nula se puede enunciar de la forma siguiente: No existen diferencias entre quienes demostraron un conocimiento correcto, incorrecto o incierto de lo que es la fluoración con respecto a su actitud ante la fluoración del agua suministrada por los servicios públicos.

Si la hipótesis nula fuera Verdadera, cabría esperar que la proporción de quienes tienen un conocimiento correcto de la fluoración y están a favor de este proceso fuera aproximadamente igual a la proporción de quienes, con un conocimiento incorrecto o incierto de la fluoración, están a su favor. Vemos que, en forma global el 65.1% ($440/676 \times 100$) de los encuestados en esta muestra estaban a favor de la fluoración. Por lo tanto, si creemos en la hipótesis nula deberíamos esperar que al rededor del 65.1% de cada grupo de conocimiento mostraran esta inclinación. Podemos calcular lo que esperamos en cada celda como lo hicimos en la tabla de 2×2 . En la primera celda tendríamos que esperar 65.1% de 302, o sea 192.6; en la segunda celda 65.1% de 172, o sea 112.0, etc.

La siguiente fórmula, que se utiliza para calcular el valor esperado de una determinada celda en una tabla (f^*c), es la misma que se usó en el laboratorio 2 para la tabla de 2×2 .

$$\frac{\text{Total de la fila} \times \text{Total de la columna}}{\text{Total general}}$$

Total general

Ahora podemos ponernos a calcular el valor de la estadística chi-cuadrado para nuestra tabla de 3×3 . Las operaciones aritméticas son similares a las realizadas en el laboratorio anterior con respecto a la tabla de 2×2 .

La tabla 3.2 resume los procedimientos empleados. Se asignó un número a cada una de las celdas de la tabla de 3×3 , empezando desde arriba a la izquierda y yendo de izquierda a derecha hasta abajo a la derecha. Los números asignados 1 - 9, se alinean bajo la columna categoría.

Tabla 3.2

CALCULO DE LA ESTADISTICA CHI-CUADRADO CON RESPECTO A UNA TABLA DE 3×3

Categoría	O	E	O - E	$(O - E)^2$	$(O - E)^2 / E$
1	209	196.6	12.4	153.76	0.78
2	80	112.0	-32.0	1.024.00	9.14
3	151	131.5	19.5	380.25	2.89
4	61	71.0	-10.0	100.00	1.41
5	67	40.5	26.5	702.25	17.34
6	31	47.5	-16.5	272.25	5.73
7	32	34.4	-2.4	5.76	0.17
8	25	19.6	5.4	29.16	1.49
9	20	23.0	-3.0	9.00	0.39
	676	676.1	-0.1		39.34

La columna 'O' u observados se puede completar con las cifras de la tabla en análisis. A continuación, la columna 'E' o esperados resulta de multiplicar los pertinentes totales de filas y columnas y dividirlos por el total general. Por ejemplo, la categoría 5 se refiere a la celda correspondiente a la segunda fila y la segunda columna. El valor para esta celda con respecto a la hipótesis nula es:

$$\text{Total de la segunda fila} * \text{Total de la segunda columna}$$

Total general

O, en este caso, $(159 * 172) / 676 = 40.5$

Para controlar todos los valores de 'E', sume los valores entrados en esa columna. El total de los valores esperados debe ser el mismo que el total de los valores observados con un pequeño margen de error por redondeo.

La columna 'O - E' no ofrece dificultades. Una vez más advierta que el total de esta columna debe ser cero o estar cerca de cero. Los valores entrados en la columna 'O - E' se elevan al cuadrado en la siguiente columna y luego se dividen por 'E' para obtener las contribuciones al valor de chi-cuadrado en la siguiente columna.

Como en la tabla de $2 * 2$, sumamos la columna final para establecer el valor de chi-cuadrado, que en este caso es 39.34. Ahora usamos el valor de chi-cuadrado para determinar la credibilidad de la hipótesis nula. Sin embargo necesitamos establecer en una tabla de la distribución de χ^2 el valor apropiado con el que podamos comparar nuestro valor calculado: 39.34, a fin de evaluar dicha credibilidad. La tabla anexada al final de este laboratorio muestra los valores críticos de la distribución de χ^2 y nos permite determinar los valores apropiados para efectuar la comparación en el caso de que haya diferentes tablas (diferentes grados de libertad) y distintos niveles de significación.

La tabla 3.1 tiene cuatro grados de libertad. Entamos en la tabla de χ^2 en la fila donde GL = 4. La fila de entradas correspondiente a GL = 4 nos da los niveles numéricos que se deben alcanzar para rechazar la hipótesis nula con determinado nivel de significación. Recuerde que en el laboratorio 1 analizamos los niveles de significación y señalamos que el nivel 1% era un claro indicio (y el de 5% un indicio moderado) de que habría que rechazar la hipótesis nula. Suponga usted que decide que es necesario un indicio claro para rechazar la hipótesis nula de que diferentes tipos de conocimiento tienen la misma actitud hacia la fluoración. En tal caso, recorremos la fila GL = 4 hasta llegar a la columna de 1%. El valor para la comparación es 13,277. Si el cálculo chi-cuadrado es igual a 13,277 o mayor que este valor, tenemos un claro indicio de que hay que rechazar la hipótesis nula. Nuestro valor, 39.29, es mucho mayor que 13,277, y, por lo tanto, debemos concluir que los tres diferentes grupos de conocimiento no tenían las mismas actitudes a la fluoración. Otra descripción de los datos originales en función de porcentajes

indicaría las diferencias presentes en forma directa.

REVISION

1. Una tabla $(f * c)$ tiene $(f - 1) * (c - 1)$ grados de libertad

$3-1 \cdot 3-1 = 6/4$

2. Dadas una tabla de $(f * c)$ y una hipótesis nula relativa a la falta de asociación entre las filas y columnas que se deben analizar, primero calculamos los valores esperados para cada celda en las condiciones de la hipótesis nula.

En general:

$$E = \frac{\text{Total de la fila} * \text{Total de la columna}}{\text{Total general}}$$

Por lo tanto, para la primera celda calculamos:

$$\frac{\text{Total primera fila} * \text{Total primera columna}}{\text{Total general}}$$

Total general.

Luego, yendo en nuestra tabla de izquierda a derecha, calculamos:

$$\frac{\text{Total primera fila} * \text{total segunda columna}}{\text{Total general}}$$

Total general

3. Seguimos recorriendo las sucesivas filas hasta haber calculado los valores esperados para todas las celdas de la tabla de $(f * c)$, recordando que hay que registrar cada valor en la tabla para efectuar el cálculo de chi-cuadrado.

Tabla 3.3

Categoría	O	E	(O - E)	$(O - E)^2$	$(O - E)^2 / E$
X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X

4. El total de la última columna de la tabla precedente es el valor de chi-cuadrado, que luego usted compara para evaluar la significación con la cifra correspondiente de una tabla de distribución. Recuerde que debe entrar en la tabla en el número correcto de grados de libertad.

TEST FINAL # 3

La tabla 3.4 describe las actitudes hacia la fluoración de personas con distintos niveles de ingresos, encuestadas en una investigación sanitaria de alcance estatal llevada a cabo en Massachusetts, E.U.A., en 1980.

1. Enuncie una hipótesis nula apropiada para la tabla 3.4
2. Calcule el número de grados de libertad para la tabla 3.4
3. Calcule el valor de la estadística chi-cuadrado para la tabla 3.4
4. Determine el valor adecuado con el que se debe comparar la estadística chi-cuadrado para evaluar la credibilidad de la hipótesis nula con niveles de significación del 1% y 5%.
5. Reconozca entre las siguientes opciones, la interpretación apropiada para su análisis:
 - a) Hay un claro indicio de que hay que rechazar la hipótesis nula.
 - b) Hay un claro indicio de que hay que aceptar la hipótesis nula.
 - c) Hay un razonable indicio de que hay que aceptar la hipótesis nula.
6. Calcule el número de grados de libertad para una tabla de 5×4 .
7. ¿Cuál será el valor crítico de chi-cuadrado para una tabla de 5×4 que permitiese señalar que existe un razonable indicio de que hay que rechazar una hipótesis nula?

Tabla 3.4

**NUMERO DE ENCUESTADOS AGRUPADOS POR SU ACTITUD HACIA
LA FLUORACION Y POR SUS INGRESOS**

Actitud hacia la fluoración	Ingresos (US\$)			Total
	< 10.000	10-20.000	>20.000	
A favor	127	181	271	579
En contra	48	72	77	197
Sin opinión	42	44	36	122
Total	217	297	384	898

SUS RESPUESTAS

PROBLEMA 1

$$GL = 4$$

Tabla 3.5

**PUNTOS Y PORCENTAJES SUPERIORES CORRESPONDIENTES
AL 5% Y 1% DE LA DISTRIBUCION DE CHI-CUADRADO**

GL	5%	1%
1	3.8415	6.6349
2	5.9915	9.2103
3	7.8147	11.3449
4	9.4877	13.2767
5	11.0705	15.0863
6	12.5916	16.8119
7	14.0671	18.4753
8	15.5073	20.0902
9	16.9190	21.6660
10	18.3070	23.2092
11	19.6751	24.7250
12	21.0261	26.2170
13	22.3620	27.6682
14	23.6848	29.1412
15	24.9958	30.5779
16	26.2962	31.9999
17	27.5871	33.4087
18	28.8693	34.8053
19	30.1435	36.1909
20	31.4104	37.5662
21	32.6706	38.9322
22	33.9244	40.2894
23	35.1725	41.6384
24	36.4150	42.9798
25	37.6525	44.3141
26	38.8851	45.6417
27	40.1133	46.9629
28	41.3371	48.2782
29	42.5570	49.5879
30	43.7730	50.8922
40	55.7585	63.6907
50	67.5048	76.1539
60	79.0819	88.3794
70	90.5312	100.425
80	101.879	112.329
90	113.145	124.116
100	124.342	135.807

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDUARDO VALLE PEREZ
VICERRECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE-RECTOR
Simposio J. Sta. Catalina

BIOESTADISTICA

TERECER SEMESTRE

NOMBRE: _____

CODIGO: _____

LABORATORIO # 4 EL TEST "t"

INTRODUCCION En el laboratorio 1 se expusieron los conceptos de test de hipótesis y niveles de significación y en los laboratorios 2 y 3 se explicó la prueba de chi-cuadrado para probar ciertas hipótesis relacionadas con proporciones y porcentajes.

A veces se desea probar hipótesis sobre mediciones tomadas en una variable continua.

A menudo, esto entraña una comparación entre dos o más tratamientos; por ejemplo, el efecto de dos drogas diferentes sobre la disminución de la presión arterial. Analizaremos aquí una prueba que con frecuencia se usa para comparar dos tratamientos y que se denomina test "t".

OBJETIVOS

1. Usted podrá formular hipótesis unilaterales y bilaterales acerca de la comparación de dos tratamientos.
2. Usted podrá probar estas hipótesis a determinado nivel de significación utilizando un test t para dos muestras no apareadas o para una muestra apareada.
3. A fin de utilizar la prueba t, usted aprenderá a manejar tablas de t.

TEST t PARA DOS MUESTRAS NO APAREADAS

Suponga que un grupo de 15 personas dió su conformidad para participar en un estudio diseñado para probar dos nuevas vacunas anticáries. Siete recibieron un tipo de vacuna, denominada Cariesat, mientras que los restantes ocho recibieron el otro tipo, Cerocarías. Varios días después de dadas las inyecciones, se controlaron muestras de sus salivas y fluido gingival para registrar los niveles de un componente inmunológico crítico de la vacuna, el fluorocal salivarius. (nota: Esta es una situación hipotética con nombres ficticios). Antes de la recepción de las vacunas las lecturas basales del fluorocal salivarius, eran cero. En la tabla 4.1 se presenta la cantidad de fluorocal salivarius en las muestras de salida de los sujetos de cada grupo experimental, tres días después de dadas las inyecciones.

Queremos establecer si el nivel de fluorocal salivarius encontrado en la saliva difiere entre las dos vacunas. Podemos enunciar así nuestra hipótesis nula.

$$H_0 : \mu_c = \mu_z \text{ vs. la alternativa } H_1 : \mu_c \neq \mu_z$$

Donde μ_c y μ_z son los niveles medios de fluorocal salivarius después del tratamiento con Cariesat u Cerocaries respectivamente. Nuestra hipótesis nula dice que las dos vacunas anticaries producen el mismo nivel de componente crítico (fluorocal salivarius) en la saliva y la hipótesis alternativa que hay diferencia en este aspecto en los efectos de ambas vacunas.

Tabla 4.1

**FLUOROCAL SALIVARIUS PRESENTE DESPUES DE TRES DIAS
EN LA SALIVA PAROTIDEA NO ESTIMULADA,
MEDIDA EN MG POR 100 ML.**

Cariesat	Cerocaries
22	30
17	18
9	27
30	42
37	35
18	37
24	31
	29
$X_c = 22.4$	$X_z = 31.1$
$S_c = \sqrt{83.6} = 9.1$	$S_z = \sqrt{51.8} = 7.2$

Nuestros datos comprenden dos muestras independientes: Siete personas que recibieron Cariesat y ocho que recibieron Cerocaries. El test t para dos muestras no apareadas nos permite utilizar la información de nuestras dos muestras para llevar a cabo un test de nuestra hipótesis $H_0 = \mu_c = \mu_z$.

Para hacerlo, primero calculamos la media y la varianza de cada muestra.

$$\text{Para Cariesat: } \bar{X}_c = 22.4 \text{ y } S_c^2 = 83.6$$

$$\text{Para Cerocaries: } \bar{X}_z = 31.1 \text{ y } S_z^2 = 51.8$$

Ahora consideramos la diferencia entre las muestras, dada por:

$$\bar{X}_c - \bar{X}_z = 8.7$$

Para llevar a cabo el test t , suponemos y aceptamos que las muestras provienen de poblaciones normales con medias μ_c y μ_z respectivamente y una varianza común a ambas y desconocida, σ^2 . Dados estos supuestos, la varianza muestral de la diferencia entre las medias de las muestras está dada por la varianza combinada $S^2_{\bar{X}_c - \bar{X}_z}$, que se calcula utilizando la siguiente fórmula.

$$S^2_{\bar{X}_c - \bar{X}_z} = \left(\frac{1}{n_c} + \frac{1}{n_z} \right) \left(\frac{(n_c - 1) S_c^2 + (n_z - 1) S_z^2}{(n_c + n_z - 2)} \right)$$

Donde n_c y n_z son los respectivos tamaños de la muestra. En nuestro ejemplo, $n_c = 7$ y $n_z = 8$. Podemos calcular la varianza muestral de la diferencia de las medias de las muestras de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} S^2_{\bar{X}_c - \bar{X}_z} &= \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right) \left(\frac{6(83.6) + 7(51.8)}{7 + 8 - 2} \right) \\ &= (0.268) \frac{864.2}{13} = 17.8 \end{aligned}$$

Nuestra t está dada ahora por la diferencia entre las medias de la muestra dividida por la desviación estandar de su diferencia.

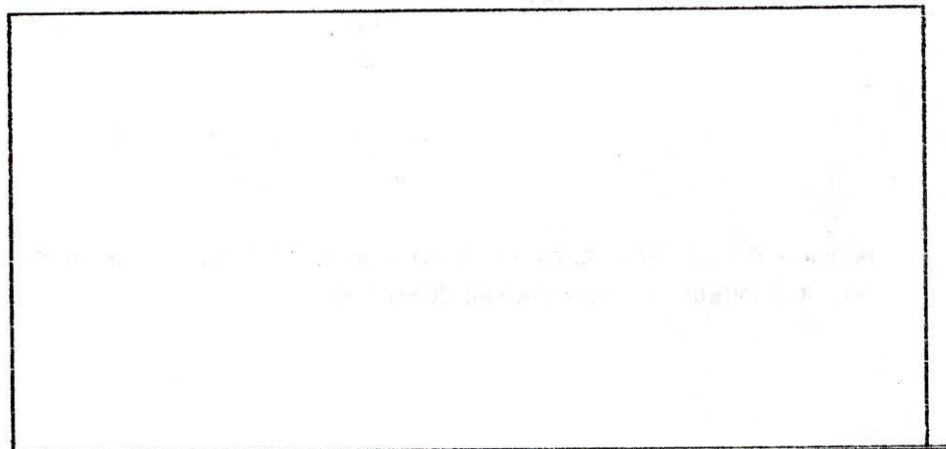
$$t = \frac{\bar{X}_c - \bar{X}_z}{\sqrt{\frac{S^2_{Xc} + S^2_{Xz}}{2}}} = \frac{\bar{X}_c - \bar{X}_z}{\sqrt{S^2_{Xc} + S^2_{Xz}}}$$

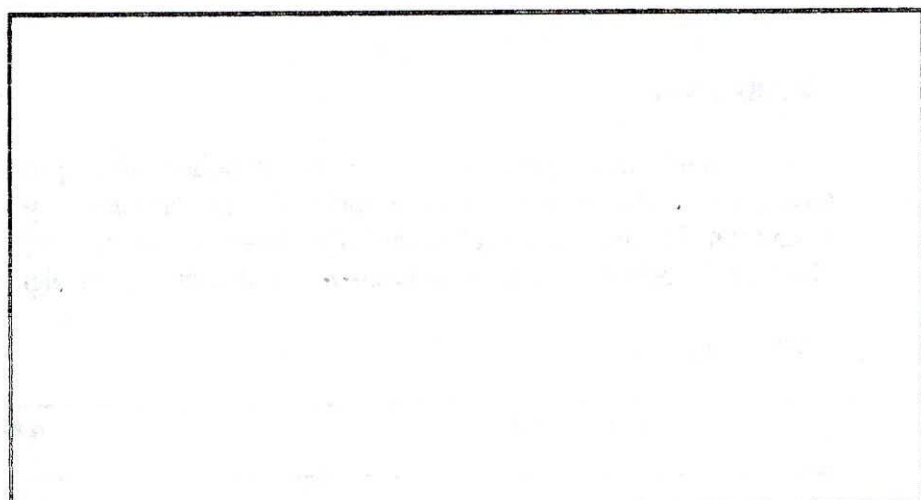
Grados de libertad:

En las condiciones de la hipótesis nula, nuestro valor t calculado seguirá una distribución t con $(n_c + n_z - 2)$ grados de libertad. Se puede considerar que los grados de libertad son el número de unidades de información sin restricciones dentro de los datos. En este caso, como estamos tratando con dos varianzas S^2_c , S^2_z con $n_c - 1$ y $n_z - 1$ grados de libertad respectivamente, para calcular la varianza combinada tenemos un total de $(n_c - 1) + (n_z - 1) = (n_c + n_z - 2)$ grados de libertad.

Si la H_0 es verdadera, la distribución de la estadística calculada sigue una distribución t que es simétrica con respecto a cero y tiende a adoptar la forma normal cuando hay muchos grados de libertad. Cuando hay muchos grados de libertad, es menos prominente cerca de la media y tiene un área mayor en las partes laterales. A medida que aumentan los grados de libertad, las partes laterales de la distribución de t se hacen más angostas y su forma se aproxima a la de una distribución normal con media 0 y varianza 1. Las dos distribuciones coinciden cuando $GL = \infty$.

COMPARACION ENTRE LA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR Y LA DISTRIBUCION t





El valor obtenido en la tabla de t a determinado nivel de significación, digamos que 5%, se llama valor crítico para el 5%. Si H_0 es verdadera, la probabilidad de que dos muestras aleatorias independientes den un valor de t mayor que el valor crítico positivo o menor que el valor crítico negativo para los grados de libertad establecidos es del 2% en cada caso y se muestra en las áreas sombreadas en cada extremo de la figura 4.2.

Vemos así que rechazamos la H_0 si con el cálculo de t se obtienen grandes valores negativos o positivos. Intuitivamente esto parece razonable, pues los valores pequeños de t se produzcan con frecuencia (diferencias pequeñas entre X_c y X_z) si el efecto de los dos tratamientos es similar.

En el ejemplo anterior nuestro cálculo de t está dado por:

$$t = -8.7 / \sqrt{17.8} = -8.7 / 4.22 = -2.06$$

Fijamos nuestro nivel de significación, entramos en la tabla de t que está al final del laboratorio en ese nivel de significación para los grados de libertad especificados y comparamos el valor calculado de t con el de la tabla. Si el valor absoluto que se calculó es de más magnitud que el valor crítico, rechazamos la hipótesis nula al nivel de significación dado y concluimos que existe una diferencia entre los dos tratamientos en consideración. De lo contrario no rechazamos H_0 , pues las pruebas que existen son suficientes para proceder así, y concluimos que los dos tratamientos son equivalentes.

En nuestro ejemplo hemos calculado una t igual a -2.06, si llevamos a cabo un test con un nivel de significación del 5%, observamos que el valor crítico para 13(7+8-2) grados de libertad es 2.16. Como el valor absoluto para nuestro cálculo de t es menor que el valor crítico, no rechazamos la hipótesis nula y concluimos que no hay diferencia en el efecto de las dos vacunas sobre el fluorocal salivarius.



PROBLEMA 1.

Se efectuó un estudio para comparar la resistencia de dos tipos de aleaciones para amalgama dental tres minutos después de la tritución y condensación. Se ensayaron 31 mezclas de aleación A(endurecimiento rápido), y 31 mezclas de aleación B(endurecimiento lento). Los resultados fueron los siguientes.

TABLA 4.2

Aleación A	Aleación B
$n_A = 31$	$n_B = 31$
$\bar{X}_A = 9.530 \text{ psi}$	$\bar{X}_B = 9.420 \text{ psi}$
$s_A^2 = 3.410$	$s_B^2 = 2.880$

Calcule la estadística t y utilicela para determinar si hay una diferencia significativa a un nivel de 0.01% entre las resistencias compresivas de las dos aleaciones tres minutos después de la tritución y condensación.

TEST t PARA UNA MUESTRA APAREADA

Suponga que deseamos realizar un estudio con el propósito de evaluar dos tratamientos diferentes para la enfermedad periodontal. Se selecciona un grupo de 10 pacientes con enfermedad periodontal localizada con pérdida ósea en molares y premolares en los cuadrantes izquierdo y derecho del maxilar inferior. Un cuadrante tratado con cirugía, al otro se lo somete a un tratamiento de profilaxis dental periódica. Dos años después se mide y compara la cantidad de pérdida ósea manifestada en cada uno de los cuadrantes tratados. Los resultados se muestran en la tabla 4.3

Tabla 4.3

CAMBIO EN LA CANTIDAD DE PÉRDIDA ÓSEA EN MM CON RESPECTO A LA MEDIDA BASAL			
Paciente número	Tratamiento quirúrgico	Tratamiento no quirúrgico	Diferencia dl

1	2	2	0
2	3	2	1
3	0	2	-2
4	1	1	0
5	1	0	1
6	2	3	-1
7	3	3	0
8	1	0	1
9	4	2	2
10	2	1	1

$$d = 3/10 = 0.3$$

$$s.d \text{ de } d_i = S_d = \sqrt{1.34} = 1.16$$

Aquí vemos que los dos tratamientos en consideración no se aplicaron a dos muestras independientes de pacientes. En cambio tenemos una muestra de 10 pacientes y cada uno de los dos tratamientos fué asignado en forma aleatoria a los molares y premolares de los cuadrantes izquierdo y derecho de sus maxilares inferiores. En una situación especial en la que un tratamiento se aplica a una de las unidades de cada par de unidades experimentales relacionadas. No tenemos mas muestras independientes para cada tratamiento. En esta situación utilizamos el test para una muestra apareada, para probar existencia de diferencias en cuanto al efecto de los dos tratamientos.

Suponga usted que en el ejemplo anterior quisieramos averiguar si el promedio de pérdida ósea para los tratamientos quirúrgico y no quirúrgico fue diferente. Consideramos ahora una única variable d_i para cada paciente. $i(i = 1, 2, \dots, 10)$, diferencia de pérdida ósea debida a los dos tratamientos y enunciamos nuestra hipótesis nula como $H_0: \mu_d = 0$ vs. La alternativa $H_1: \mu_d \neq 0$.

Ahora calculamos la media d y la desviación estandar S_d para la muestra dada.

$$d = 0.3 \quad \text{y} \quad S_d = 1.16$$

La estadística t para un test t para una muestra (apareada), que ahora se basa en $n-1$ grados de libertad, se calcula así:

$$t = d / (S_d / \sqrt{n}) = d / S_d$$

Tal como en el test t no apareado, entramos en la tabla de t a un nivel dado de significación, digamos el 5%, para los grados de libertad especificados $n-1$ y verificamos si la t calculada excede en magnitud absoluta el valor mínimo obtenido en esa tabla. Rechazamos la H_0 si es así y concluimos que los dos tratamientos difieren. Si el valor calculado para t resulta pequeño cuando lo comparamos con el valor crítico, no rechazamos la H_0 y concluimos que los tratamientos son similares.

En nuestro ejemplo la t calculada es 0.82. A un nivel de significación del 5% y para 9 grados de libertad, el valor crítico es 2.262. Como el valor absoluto es menor que el valor crítico, no hay una prueba que nos induzca a contradecir la hipótesis nula y concluimos que no existe diferencia en los efectos de los tratamientos en cuanto a pérdida ósea.

El test t apareado es un caso especial del test t y su uso se debe comprender con claridad. El test t apareado solo se utiliza en ocasiones en las el diseño experimental utiliza pares hermanos como unidades experimentales para comparar los dos tratamientos. este apareamiento se puede producir en tres formas diferentes:

1. El sujeto sirve también como control: las mediciones de la variable en control se toman antes y después de un tratamiento o después de un placebo y después del tratamiento que interesa.

2. Las unidades experimentales están naturalmente apareadas, como una pareja de gemelos o dos lados de la cavidad bucal de un paciente.

3. Las unidades experimentales están naturalmente apareadas, por un clínico o investigador, por ejemplo, parejas de pacientes elegidos y apareados por su peso, altura, edad, etc. a fin de asegurar que los efectos de los tratamientos no sean confundidos por algún otro factor extraño.

Hay que notar que el diseño apareado se debe decidir antes de tomar cualquier medición y que el análisis sigue al diseño. Quizá no sea apropiado aparear unidades experimentales para el análisis después de haberse llevado a cabo el experimento. por la naturaleza del diseño, vemos que en un experimento apareado cada tratamiento se repite un número igual de veces. Sin embargo, en un test t para dos muestras no apareadas los tamaños de las muestras n_a y n_b pueden diferir. Esto no quiere decir que siempre difieran en tamaño ni que los experimentos con dos tratamientos y con dos muestras de igual tamaño sean experimentos apareados. La índole del diseño muestra claramente si el experimento fue o no apareado.

PROBLEMA 2

Se efectuó un estudio para determinar la diferencia entre dos drogas, dada una capacidad para disminuir la presión arterial diastólica. 40 sujetos recibieron la droga A y otros 40 la droga B. ¿Debe utilizarse un test apareado o no apareado para analizar los resultados?

TEST UNILATERALES Y BILATERALES

Suponga que ahora estamos en una situación en la que deseamos ensayar un adroga C vs. un placebo, y que sabemos por información previa que la droga C es por lo menos tan buena como el placebo. Tenemos interés en averiguar si la droga C es mejor que el placebo. En este caso, si tenemos dos muestras independientes de pacientes para analizar la droga, enunciaríamos así nuestra hipótesis nula:

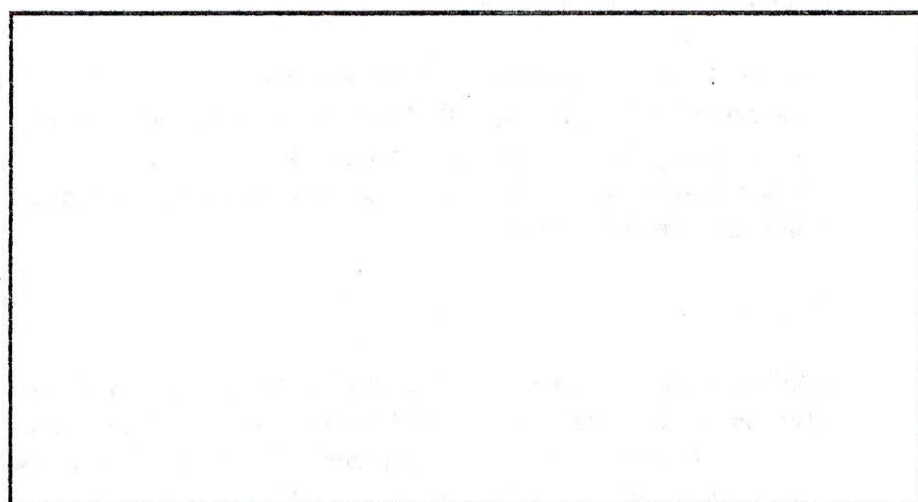
$H_0 : \mu_c \leq \mu_p$ vs. la alternativa $H_1 : \mu_c > \mu_p$

Donde μ_c y μ_p son las medias de las poblaciones para la droga C y el placebo respectivamente. Aquí tenemos una **hipotesis unilateral**, pues se indica un sentido en el cual esperamos que se observe la diferencia. En este caso calcularíamos la misma estadística

$$t = \frac{X_c - X_p}{S_{X_c - X_p}}$$

Pero ahora la evidencia en contra de H_0 estaría dada por valores positivos grandes de t . Un nivel de 5% de significación bilateral para $(n_c + n_p - 2)$ grados de libertad corresponde a 2 1 / 2% de significación unilateral, pues la tabla del final está confeccionada de tal modo que incluye ambos extremos de la distribución de t y solo estamos interesados en el extremo superior y en el valor crítico superior.

Figura 4.3



En el ejemplo anterior, si supieramos que Cerocaries es por lo menos tan bueno como Cariesat y quisieramos probar $H_0 : \mu_z \leq \mu_c$ vs. $H_1 : \mu_z > \mu_c$ a un nivel del 5% de significación unilateral, nuestro valor crítico (para $n_c + n_z - 2 = 13$) sería +1.771. Como el valor calculado de t fue 2.06, rechazaríamos la hipótesis nula y concluiríamos que Cerocaries es relativamente mejor que la vacuna placebo Cariesat.

De modo similar, si tuvieramos datos apareados, la hipótesis nula sería:

$$H_0 : \mu_d \leq 0 \text{ vs. } H_1 : \mu_d > 0 \text{ donde } \mu_d = \mu_z - \mu_c$$

Nuevamente para un test t unilateral con $n-1$ grados de libertad para un nivel de significación de 5%, tendríamos que remitirnos a una tabla bilateral con un nivel de significación del 10% y verificar si el valor calculado para t es mayor que el valor crítico positivo.

A veces buscamos diferencias negativas grandes para rechazar la hipótesis nula y, en este caso, miraríamos el extremo inferior de la distribución t en el caso del test unilateral. Al probar una hipótesis unilateral, la decisión de usar el extremo inferior o el superior de la distribución de t como región crítica depende del modo en que se enuncien las hipótesis nula y alternativa. Para utilizar un test unilateral con determinado nivel de significación nos remitimos a la tabla de t con un nivel de significación del doble así obtenemos el valor crítico. Luego buscamos valores mayores que el valor crítico positivo o valores menores que el valor crítico negativo para rechazar la hipótesis nula. advierta que con valores considerablemente elevados de grados de libertad (100 o más), la distribución de t se aproxima a la distribución normal.

INTERVALOS DE CONFIANZA

Suponga usted que tenemos una única muestra de tamaño $n < 30$ con media $\bar{X}$ y error estándar $S_x = S / \sqrt{n}$. Podemos obtener un intervalo con 95% de confianza para la media de la población μ estableciendo el valor crítico para el 5% (100 - 95) de una distribución t de $(n-1)$ grados de libertad. El intervalo con un 95% de confianza está dado ahora por:

$$\bar{X} \pm t_{n-1} (5\%) \cdot s / \sqrt{n}$$

Donde $t_{n-1} (5\%)$ es el valor crítico de 5% para $n-1$ grados de libertad obtenido en la tabla de t . Este valor de t será mayor que 2, el valor al que reemplaza en el intervalo de confianza para la aproximación normal. Por lo tanto, el intervalo es más amplio que el intervalo correspondiente que se calcula utilizando la distribución normal.

SIGNIFICACION

La estadística calculada se compara con el valor crítico, que es el valor que limita el extremo 5% (o 1%) de la distribución si la hipótesis nula es verdadera. Se efectúa una determinación matemática para ver si es probable que la diferencia que existe en el experimento se deba al azar o represente una diferencia real entre los grupos.

Sin embargo, las estadísticas nunca pueden probar nada en forma definitiva y, lamentablemente se pueden manipular con relativa facilidad para que den resultados engañosos.

Al presentar datos, es necesario incluir información pertinente como el tamaño de la muestra, el diseño del estudio y los valores reales de p o las estadísticas calculadas para que el lector pueda formarse su propio juicio acerca de la conveniencia de aceptar o rechazar la hipótesis nula.

REVISION

1. El test t se utiliza para comparar los tratamientos cuando el resultado es una variable continua.
2. El test t para dos muestras no apareadas se utiliza cuando los datos están constituidos por muestras aleatorias independientes. se supone la existencia de distribuciones normales y de varianzas iguales en las dos poblaciones subyacentes.
3. El test t para una muestra apareada se utiliza cuando los datos provienen de una muestra aleatoria de unidades experimentales apareadas. Supone la existencia de una distribución normal subyacente.
4. Se pueden probar hipótesis bilaterales y unilaterales utilizando test t unilaterales y bilaterales respectivamente.
5. La estadística t se calcula a partir de los datos pertinentes y se compara con un valor crítico obtenido de tablas de t para un nivel de significación dado, α , y grados de libertad determinados.
6. para untest bilateral, a un nivel de significación α , remítase a la tabla en el nivel de significación α y rechace H_0 si el valor absoluto del cálculo de t es tan grande como el valor crítico de la tabla de t .
7. Para un test unilateral de $H_0 : \mu_a \leq \mu_b$ vs $H_1 : \mu_a > \mu_b$ (o de $H_0 : \mu_a > \mu_b$ vs. $H_1 : \mu_a < \mu_b$) a un nivel de significación α , remítase a la tabla de t al nivel de significación 2α y rechace H_0 si el valor calculado de t es tan grande como el valor crítico positivo que se obtenga en la tabla de t .

TEST FINAL # 4.

Como parte de un estudio realizado al argo plazo para determinar los efectos del envejecimiento en una población sana, se recolectaron datos odontológicos longitudinales de una gran muestra de individuos. A fin de establecer los efectos comparativos de los aparatos de prótesis fija y removible sobre la salud gingival, se seleccionaron dos subconjuntos de esa muestra más grande. En un grupo de 16 individuos, el grupo A, cada uno tenía un puente de 4 unidades extendido desde el diente 28 al 31. En otro grupo de 16 individuos, el grupo B, cada uno tenía una prótesis removible en la misma zona con retenedores sobre los dientes 28 y 31. En 1970 todos los individuos tenían una profundidad de bolsa de 4mm en la parte mesio-vestibular del diente 31. En 1980 se midió la profundidad de la bolsa en la misma ubicación. Los cambios registrados con respecto a la medición basal fueron los siguientes.

Tabla 4.4

Grupo A				Grupo B			
Profundidad de bolsa en mm				Profundidad de bolsa en mm			
2	0	3	4	2	2	4	2
5	1	2	1	1	0	0	1
4	4	6	5	1	4	1	4
6	2	3	4	3	3	2	5

1. ¿Cuál es la hipótesis nula en este estudio?
2. Utilizando el test estadístico bilateral apropiado, determine si hay que rechazar o aceptar la hipótesis nula a un nivel de significación del 5%.
3. Utilizando el test estadístico unilateral apropiado, determine si hay que aceptar o rechazar la hipótesis de que el cambio medio en cuanto a profundidad de bolsa es para el grupo A $\leq$ Grupo B a un nivel de significación del 0.005. (ponga sus cálculos por escrito)

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERRECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE DIRECTOR
Gimnasio J. S. Catalina

**PUNTOS DE PORCENTAJE BILATERALES CORRESPONDIENTES
AL 5% Y 1% DE LA DISTRIBUCION DE T**

GL	5%	1%
1	12.7062	63.6567
2	4.3027	9.9248
3	3.1824	5.8409
4	2.7764	4.6041
5	2.5706	4.0321
6	2.4469	3.7074
7	2.3646	3.4995
8	2.3060	3.3554
9	2.2622	3.2498
10	2.2281	3.1693
11	2.2010	3.1058
12	2.1788	3.0545
13	2.1604	3.0123
14	2.1448	2.9768
15	2.1314	2.9467
16	2.1199	2.9208
17	2.1098	2.8982
18	2.1009	2.8784
19	2.0930	2.8609
20	2.0860	2.8453
21	2.0796	2.8314
22	2.0739	2.8188
23	2.0687	2.8073
24	2.0639	2.7969
25	2.0595	2.7874
26	2.0555	2.7787
27	2.0518	2.7707
28	2.0484	2.7633
29	2.0452	2.7564
30	2.0423	2.7500
40	2.0211	2.7045
50	2.0086	2.6778
60	2.0003	2.6603
70	1.9944	2.6479
80	1.9901	2.6387
90	1.9867	2.6316
100	1.9840	2.6259
INFINITO	1.9600	2.5759

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE _____

CODIGO _____

LABORATORIO # 5 ANALISIS DE VARIANZA Y TEST F.

INTODUCCION: Aunque son frecuentes las comparaciones entre dos tratamientos, hay tambien muchas situaciones experimentales en que los tratamientos que deseamos comparar son más de dos. El análisis de varianza permite probar diferencias entre medias de tres o más tratamientos. El análisis de varianza y el correspondiente test F son analogos al test t para la comparación de medias de dos tratamientos. El test F es equivalente al test t cuando se comparan dos medias.

OBJETIVOS

1. Usted podrá formular un ahipotesis con respecto a la comparación de tres o más tratamientos.
2. Usted podrá probar esa hipotesis a determinado nivel de significación evaluando una tabla de análisis de varianza y utilizando un test F.
3. Para llevar a cabo un test F usted aprendera a usar la tabla de F.

HIPOTESIS PARA EL ANALISIS DE LA VARIANZA

Distintos experimentos han demostrado que los hidratos de carbono que permanecen en la boca por lapsos relativamente ptolongados tienen mayor potencial cariogénico que los que se eliminan con rapidez de la cavidad bucal. Un grupo de investigadores han calculado un indice de potencialidad de caries sobre la base de concentración de azucar en la saliva en diferentes momentos después de la ingesta de cantidades conocidas de alimentos especificos.

Un grupo de estudiantes de odontología decidieron emplear esta metodología para establecer el tiempo que tarda en desaparecer el azúcar de tres diferentes bebidas, con el propósito de comparar el material cariogénico de tres populares apaga-sed. Los participantes fueron divididos en tres grupos y cada grupo recibió su tratamiento específico. En este caso cada grupo consumió una cantidad fija de cerveza negra, cerveza blanca y cerveza liviana.

Si μ_l , μ_b , μ_n son los tiempos medios de eliminación del azúcar de la cavidad bucal para cada tipo de cerveza (l:liviana, b:blanca y n:negra), podemos enunciar así nuestra hipótesis nula:

$$H_0: \mu_l = \mu_b = \mu_n$$

Versus la hipótesis alternativa:

H_1 : los tres tipos de cerveza difieren uno del otro.

En términos generales, si existen más de dos tratamientos, digamos K tratamientos, nuestra hipótesis nula es:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K$$

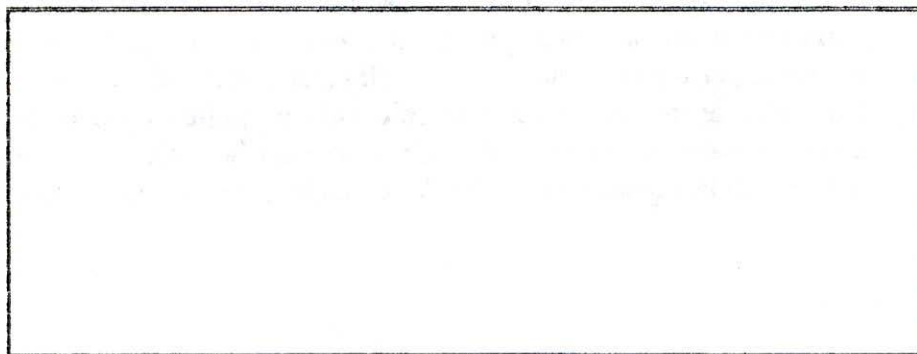
O sea que no hay diferencia en las medias de los tratamientos.

La hipótesis alternativa es que existen algunas diferencias entre las medias de los tratamientos.

$$H_1: \text{no todas las } \mu \text{ son iguales.}$$

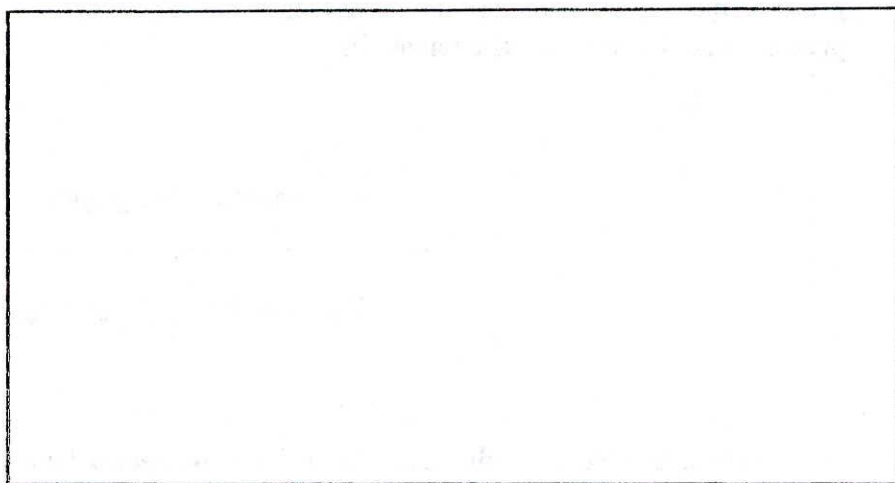
Si estuviéramos comparando dos tipos diferentes de cerveza o cualesquiera otros dos tratamientos en una situación experimental, solo hay dos fuentes de variación posibles. Una, las diferencias reales entre los grupos de tratamiento; la otra, las diferencias encontradas entre los individuos de cada grupo. En este experimento, los resultados pueden obedecer tanto al contenido de hidratos de carbono en cada cerveza como a diferencias en el flujo salival y composición de la saliva de los individuos participantes. En la figura 5.1 existe una gran diferencia entre los efectos medios de los tratamientos, pero no hay diferencia entre la cantidad de variabilidad dentro de cada grupo de tratamiento.

Figura 5.1



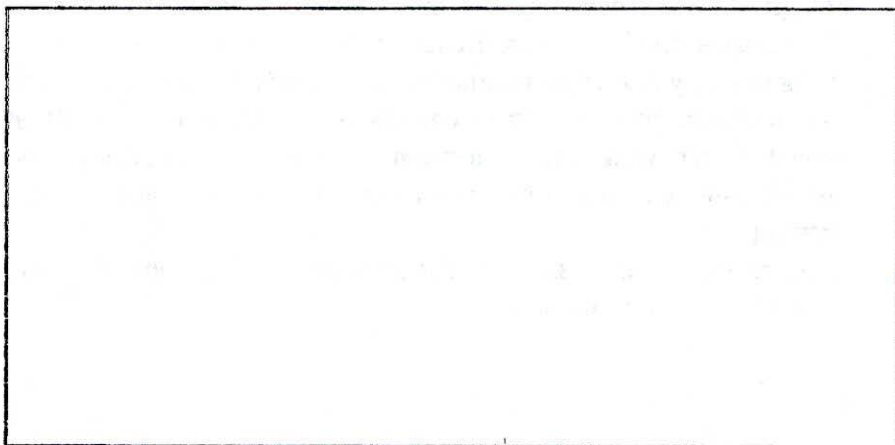
En la figura 5.2 existe la misma diferencia entre los resultados medios de los tratamientos pero también una varianza grande dentro de cada grupo de tratamiento.

Figura 5.2



Como consecuencia, no es tan fácil extraer conclusiones acerca de la diferencia de los efectos que producen dos tratamientos. En la figura 5.3 la situación se hace todavía más compleja, pues los tratamientos se efectúan en tres grupos diferentes.

Figura 5.3



CALCULO DEL COCIENTE F

Es necesario comparar la variabilidad entre grupos de las medidas grupales de una media general de todos los datos con respecto a la variabilidad total dentro de los grupos, que se llama varianza conjunta de todos los grupos tratados. Es precisamente lo que hace el cociente F:

$$F = \frac{\text{Varianza entre grupos}}{\text{Varianza dentro de los grupos}}$$

Volviendo a nuestro ejemplo, una vez que los pacientes beben la cerveza y se registran los resultados, disponemos de tres muestras independientes, una para cada uno de los tres tratamientos, y podemos utilizar la información de las tres muestras para probar nuestra hipótesis. Podríamos recurrir a un test t no apareado entre cada combinación de dos tipos de cerveza, pero en cambio queremos trabajar con los tres grupos a la vez, para hacerlo aceptamos dos suposiciones que son:

1. Los datos obtenidos para cada tratamiento se distribuyen normalmente.

2. Los datos de todos los grupos tratados tiene la misma varianza σ^2 .
para continuar con el análisis necesitamos calcular los componentes del cociente F. El numerador es la varianza entre grupos y el denominador es la varianza dentro de los grupos. También se puede interpretar que el numerador representa la cantidad de varianza biológica o explicada en los datos, que a veces se denomina efecto de tratamiento, y que el denominador es el grado de intervención del azar, o varianza no explicada, que también se conoce como efecto residual. El análisis de varianza puede llegar asimismo a separar la variación producida por un examinador inconsistente en sus investigaciones o por la inconsistencia de diferentes examinadores.

Comencemos calculando el denominador del cociente F. Los datos de nuestro ejemplo son los siguientes:

Tabla 5.1

CONCENTRACION DE GLUCOSA EN SALIVA EN mg% DESPUES DE UN MINUTO		
Grupo experimental		
i (cerveza liviana)	b(cerveza blanca)	n(cerveza negra)
0.2	0.2	0.2
0.1	0.1	0.4
0.1	0.2	0.4
0.2	0.3	0.3
0.1	0.3	0.4
$X_i = 0.14$	$X_b = 0.22$	$X_n = 0.34$
$S_i^2 = 0.003$	$S_b^2 = 0.007$	$S_n^2 = 0.008$
$S_i = 0.055$	$S_b = 0.084$	$S_n = 0.089$
$n_i = 5$	$n_b = 5$	$n_n = 5$

Para cada tratamiento i (i = 1, b, n), calculamos primero la media X_i y la varianza S_i^2 dentro del grupo i. Como ahora estamos trabajando con tres varianzas S_i^2 (i = 1, b, n) cada una con grados de libertad $n_i - 1$ para el cálculo de la varianza conjunta dentro de los grupos tenemos u total de:

$$(n_i - 1) + (n_b - 1) + (n_n - 1) = n_i + n_b + n_n - 3 \text{ grados de libertad}$$

Dividiendo la suma de cuadrados (SC) dentro de los grupos por los grados de libertad, tenemos un estimador de σ^2 dado por el cuadrado medio (CM) dentro de los grupos.

$$\text{CM dentro} = \frac{\text{SC}}{\text{GL}} = \frac{(n_i - 1) S_i^2 + (n_b - 1) S_b^2 + (n_n - 1) S_n^2}{n_i + n_b + n_n - 3}$$

Sustituyendo las letras por los correspondientes valores de nuestro conjunto de datos,

$$\begin{aligned} \text{CM dentro} &= \frac{(5 - 1)(0.003) + (5 - 1)(0.007) + (5 - 1)(0.008)}{(5 + 5 + 5 - 3)} \\ &= 0.072 / 12 = 0.006 \end{aligned}$$

PROBLEMA 1.

Si decidieramos incorporar a nuestro experimento un cuarto grupo, dedicado a probar cerveza extraliviana, con resultados $X_e = 0.27$ y $Se = 0.072$ para $n = 5$, ¿Cuál sería el cuadrado medio dentro de los grupos para el total de cuatro grupos?

Ahora tenemos que calcular el numerador del cociente F, el cuadrado medio entre grupos. En las condiciones de la hipótesis nula, la media general de los datos de todos los tratamientos y las medias individuales de todos los grupos son estimadores de la media de la misma población μ . Así, la variabilidad de las medias de los tratamientos con respecto a la media general proporciona otro estimador de la varianza común σ^2 . La media general X se puede calcular de la siguiente forma:

$$X = \frac{n_l X_l + n_b X_b + n_n X_n}{n_l + n_b + n_n}$$

La fórmula para el cuadrado medio entre los grupos es similar a la correspondiente a la del cuadrado medio dentro de los grupos.

$$\text{CM entre} = SC / GL$$

Sin embargo esta SC es un poco distinta. Es una suma de las diferencias entre la media de cada grupo y la media general, elevada al cuadrado y ponderada en función del número de observaciones dentro de cada grupo.

$$SC \text{ entre} = n_1 (X_1 - X)^2 + n_b (X_b - X)^2 + n_n (X_n - X)^2$$

En nuestro ejemplo, la media general X sería igual a:

$$\frac{5(0.14) + 5(0.22) + 5(0.34)}{(5 + 5 + 5)} = 0.23$$

$$SC \text{ entre} = 5(0.14 - 0.23)^2 + 5(0.22 - 0.23)^2 + 5(0.34 - 0.23)^2 = 0.10$$

Al probar diferencias entre grupos, estamos considerando que cada grupo es la unidad básica de operación. Cuando determinamos la varianza dentro de los grupos, los grados de libertad para cada grupo fueron uno menos que el número de observaciones en ese grupo.

Para la varianza entre los grupos, el número de grados de libertad es uno menos que el número de grupos (K - 1).

Ahora podemos exponer el cuadro medio entre grupos con una anotación general.

$$CM \text{ entre} = \sum_{i=1}^K \frac{n_i (X_i - X)^2}{K - 1}$$

PROBLEMA 2

En nuestro ejemplo, ¿Cuál es el valor de CM entre? ¿Y cuál es el valor del cociente F?

TEST F

Tenemos ahora dos estimadores dependientes de la misma varianza σ^2 . En las condiciones de la hipótesis nula no existe diferencia entre los tratamientos y por eso el cociente F estará cerca de la unidad. Sin embargo, si hay diferencias reales entre los tratamientos, la varianza será mayor que la varianza dentro de los grupos y el cociente F resultante será grande.

Para probar si las diferencias observadas entre los tratamientos son estadísticamente significativas, utilizamos un test F. Según la hipótesis nula, el cociente F tiene una distribución F con f_1 y f_2 grados de libertad, donde

$$f_1 = K - 1, \text{ y } f_2 = \sum_{y=1}^K n_i - K$$

Al final de este capítulo se incluye una tabla de la distribución de F para un rango de valores de f_1 y f_2 . En una tabla de doble entrada se indican los valores críticos correspondientes a distintos niveles de significación (los más comunes son $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.01$) para los valores de f_1 , grados de libertad para la varianza entre grupos, en las columnas y de f_2 , grados de libertad para la varianza dentro de los grupos, en las filas.

Primero seleccionamos el nivel de significación α en el que queremos realizar nuestro test F; luego calculamos nuestro cociente F a partir de nuestro conjunto de datos y, finalmente, nos remitimos al valor tabulado para el nivel α apropiado para los grados de libertad f_1 y f_2 . Si el valor calculado es mayor que el tabulado, rechazamos la hipótesis nula al nivel de significación α , pues en las condiciones de la hipótesis nula, la probabilidad de obtener un valor calculado mayor que el tabulado es α . En su conjunto, el procedimiento se denomina análisis de varianza a un criterio. Aunque tenemos interés en analizar las diferencias entre medidas, empleamos la variabilidad entre medidas como nuestra medida de las diferencias entre tratamientos: de ahí el nombre.

Nuestro valor calculado es 8033 para f_1 y $f_2 = 12$. Para un nivel de $\alpha = 0.05$, el valor tabulado es 3.89. Como nuestro valor calculado supera el valor tabulado, tenemos que rechazar nuestra hipótesis nula con este nivel α de significación.

En general, los resultados de un análisis de varianza se resumen en una tabla ADEVA, como la siguiente:

Tabla 5.2

Fuente	GL	SC	CM	F	Nivel de p
Entre grupos	2	0.10	0.05	8.33	$p > 0.05$
Dentro de grupos	12	0.072	0.006		
Total	14	0.172			

PROBLEMA 3

Complete la información en la siguiente tabla ADEVA, para $\alpha = 0.05$

Tabla 5.3

Fuente	GL	SC	CM	F	Nivel de p
Entre grupos		0.072			
Dentro de grupos	18	0.203			
Total	20				

PROBLEMA 4

En tres grupos de individuos no internados pero con deficiencias mentales se registró el puntaje para el índice de higiene bucal. Los integrantes de los tres grupos residían en comunidades de nivel socioeconómico bajo, medio y alto. El resumen de lo datos es:

Tabla 5.4

Bajo	Medio	Alto
$nb = 21$	$nm = 22$	$na = 20$
$Xb = 2.8$	$Xm = 1.6$	$Xa = 0.5$
$S^2_b = 1.4$	$S^2_m = 0.4$	$S^2_a = 0.5$

¿Existen diferencias significativas entre los tres grupos con respecto al índice de higiene bucal a un nivel de $p = 0.01$?

REVISION

1. Se utiliza un test F para comparar tres o más tratamientos.
2. El análisis de varianza es un procedimiento por el cual se obtiene una estadística o cociente F.
3. La estadística F que se ha calculado se compara con un valor crítico de F que se obtiene en una tabla de F para un nivel de significación dado, α y determinados grados de libertad f_1 y f_2 .
4. Se rechaza la hipótesis nula $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \dots = \mu_K$ a un nivel de significación α si el cálculo de la estadística F excede el valor crítico de F.
5. El procedimiento para calcular K tratamientos ($K \geq 2$) se resume en la tabla de análisis de varianza, en la cual se comparan K = número de tratamientos n_i = número de observaciones en el tratamiento i, $i = 1, 2, 3, \dots, k$.

Tabla 5.5

Fuente	GL	SC	CM	F
Tratamiento entre grupos	$K - 1 = f1$	$\sum_{i=1}^k n_i(X_i - \bar{X})^2$	$\frac{SC}{GL}$	$= T \frac{T}{R}$
Residual dentro de grupos	$\sum_{i=1}^k n_i - K = f2$	$\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2$	$\frac{SC}{GL}$	$= R$

TEST FINAL # 5

Una higienista dental estuvo evaluando el estado de salud bucal de ancianos que vivían en tres residencias geriátricas de su comunidad. Registró el índice periodontal de cada paciente dentado. A continuación se presenta un resumen de las estadísticas correspondientes.

Tabla 5.7

Residencia A	Residencia B	Residencia C
$\bar{X}_A = 1.7$	$\bar{X}_B = 2.5$	$\bar{X}_C = 2.3$
$S^2_A = 0.6$	$S^2_B = 1.2$	$S^2_C = 0.8$
$n_A = 38$	$n_B = 37$	$n_C = 48$

¿Puede usted aceptar o rechazar la hipótesis nula de que no existen diferencias en cuanto al puntaje medio para el índice periodontal en las tres residencias con un nivel de $p = 0.01$?

Por favor muestre sus cálculos y complete una tabla ADEVA.

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE DIRECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE _____

CODIGO _____

LABORATORIO # 6 ALGUNAS MEDIDAS ESTADISTICAS EN EPIDEMIOLOGIA

INTRODUCCION: La eoidemiologia es la rama de las ciencias de la salud que se ocupa de la determinación de la etiología de las enfermedades de una población mediante el estudio de la distribución y los determinantes de esas enfermedades. Los estudios epidemiológicos procuran establecer los factores de exposición asociados con el riesgo aumentado de que aparezca la enfermedad, como contribución a la explicación de la frecuencia y distribución con que se observa en una población y por lo tanto, a la obtención de indicios sobre su posible etiología.

Si se verifica en forma reiterada que personas con un factor específico tienen un riesgo aumentado de desarrollar cierta enfermedad, se considera que ese factor es un factor de riesgo para dicha enfermedad.

La identificación de los factores de riesgo en grupos de población depende muchísimo de las estadísticas. Las técnicas estadísticas por analizar en este laboratorio se utilizan para:

1. Estimar el riesgo de enfermedad asociado con la exposición a un factor sospechoso.
2. Medir el efecto potencial del factor de riesgo sobre la población.

Aunque la estimación del riesgo de enfermedad suministra valiosa información que ayuda a evaluar la relación entre el factor y la enfermedad, por si sola no es un valor que entrafle asociación de causa y efecto. Sin embargo, si se considera que la asociación entre un factor y determinada enfermedad es causal, las mediciones de las consecuencias potenciales reflejarán el efecto esperado de eliminación o cambio de distribución del factor de exposición en una población. Estos valores son importantes como ayuda para controlar o prevenir una enfermedad.

OBJETIVOS

1. Usted estará en condiciones de calcular el riesgo relativo y la probabilidad delativa (relación de probabilidad) y podrá determinar si lo apropiado es usar el uno o la otra.

2. Usted podrá calcular intervalos de confianza aproximados para la probabilidad relativa
3. Usted podrá definir y calcular el porcentaje de riesgo atribuible a una población.

MEDICIONES DE RIESGO

Riesgo relativo

El riesgo relativo (RR) es una medición de la magnitud de la asociación entre una exposición a determinado factor y el riesgo de desarrollar una enfermedad. Se expresa como relación entre la tasa de incidencia de la enfermedad entre los expuestos y la tasa de incidencia entre los no expuestos.

$$\text{Riesgo relativo} = \frac{\text{Tasa de incidencia entre expuestos}}{\text{Tasa de incidencia entre no expuestos}}$$

La tasa de incidencia se puede entender asimismo como el riesgo de enfermedad. Por lo tanto, el riesgo relativo que se ha definido como relación entre dos tasas de incidencia, también se puede considerar como relación entre dos riesgos y entonces se conoce como relación de riesgo (RR).

$$\text{Relación de riesgo} = \frac{\text{Riesgo de enfermedad entre expuestos}}{\text{Riesgo de enfermedad entre no expuestos}}$$

El tipo de estudio que se utiliza para evaluar la relación entre una enfermedad y el factor de riesgo del que se sospecha y que indica la incidencia o mortalidad de la enfermedad se conoce como estudio de cohorte o de seguimiento. En este tipo de estudio se selecciona una población apropiada y las personas sin enfermedad se clasifican inicialmente en expuestas o no expuestas. Luego la población es observada durante cierto lapso (generalmente años) y se registra el número de casos conforme a cada grupo de exposición.

Las observaciones del estudio de la población se pueden dividir entonces en cuatro grupos sobre la base de la presencia o ausencia de una enfermedad en particular entre los expuestos y no expuestos al factor de riesgo considerado sospechoso.

Tabla 6.1

EXPOSICION	ENFERMEDAD		Total
	Presente	Ausente	
Expuestos	a	b	a + b
No expuestos	c	d	c + d
Total	a + c	b + d	N

De la tabla 6.1 surge que la tasa de incidencia de la enfermedad entre los expuestos es $a / (a + b)$ y entre los no expuestos $c / (c + d)$. Por lo tanto, el riesgo relativo se puede calcular así:

$$RR = \frac{a}{(a + b)} \div \frac{c}{(c + d)} = \frac{a(c + d)}{c(a + b)}$$

Si la relación de riesgo es igual a 1, se considera que la incidencia de la enfermedad no está relacionada con el nivel de exposición. Si la relación de riesgo no es igual a 1, se considera que el factor está asociado al riesgo de enfermedad. Por ejemplo, la asociación es positiva si RR es mayor que uno y negativa si RR es menor que uno. Recuerde que por sí solo la RR no indica una relación causal entre exposición y enfermedad: no es más que una medida de riesgo de desarrollar una enfermedad en relación con un factor determinado.

Por ejemplo, en un estudio longitudinal llevado a cabo hace 10 años verificaron la frecuencia del liquen plano bucal. Inicialmente examinaron una muestra representativa y clasificaron a las personas sin liquen plano con arreglo a su hábito de consumir tabaco. Después los participantes en el estudio fueron examinados anualmente durante 10 años. Entre los hombres acostumbrados a mascar tabaco, la tasa de incidencia anual fue del 3.7/1000, pero entre los hombres sin hábito de consumir tabaco, esa tasa fue del 0.6/1000.

Podemos calcular el riesgo relativo de la siguiente forma.

$$\text{Riesgo relativo} = \frac{\text{Tasa de incidencia entre expuestos}}{\text{Tasa de incidencia entre no expuestos}}$$

$$RR = \frac{3.7 / 1000}{0.6 / 1000} = 6.17$$

Esto quiere decir que el riesgo de liquen plano es 6.17 veces mayor entre los fumadores de tabaco que entre quienes no tienen ese hábito.

Probabilidad relativa

Otro diseño epidemiológico es el estudio caso-control o caso referencia.

En este tipo de estudio los sujetos se clasifican inicialmente con arreglo a su condición respecto de la enfermedad: los casos son los que tienen la enfermedad y los controles, individuos similares pero sin la enfermedad. Luego se establece si determinado sujeto a estado expuesto o no al factor en estudio.

Los datos recolectados también se pueden categorizar como en la tabla 6.1. Habida cuenta de que en un estudio de caso-control, tanto los casos como los controles representan fracciones desconocidas y generalmente de los individuos con y sin enfermedad en el conjunto de la población, $a / (a + b)$ y $c / (c + d)$ ya no resultan estimadores significativos de riesgo de enfermedad. Sin embargo, cuando la enfermedad es un suceso relativamente raro en una población, $(c + d)$ es aproximadamente igual a d y $(a + b)$ aproximadamente igual a b . Por consiguiente en un estudio caso-control de una enfermedad rara, el riesgo relativo se convierte en una aproximación y se conoce como relación de probabilidades (RP) o probabilidad relativa (PR). La fórmula es:

$$\text{Estimador de riesgo relativo} = \frac{a/b}{c/d} = \frac{a.d}{b.c}$$

En un sentido más amplio, la relación de probabilidades también se puede entender como las probabilidades de exposición de las personas enfermas con respecto a las probabilidades de exposición de las personas no enfermas. Las probabilidades de exposición entre los casos es a/c y las probabilidades de exposición entre los controles es b/d . La probabilidad relativa (RP) es:

$$RP = \frac{a/c}{b/d} = \frac{ad}{bc}$$

El riesgo de cancer bucal asociado con el hábito de fumar es una buena ilustración del concepto de probabilidades. En la tabla 6.2 se presentan los datos de un estudio para establecer la asociación del tabaco con el cancer bucal.

Tabla 6.2

RIESGO DE CANCER BUCAL ASOCIADO CON EL TABACO FUMADO			
Cantidad máxima de tabaco fumado . día	Casos del cancer bucal	Controles de hospital	Riesgo
Mucha	189	171	5.64
Poca	210	243	4.41
Ninguna	20	102	1.00
Total	419	516	

Utilizando la fórmula de la relación de probabilidades ya desarrollada, el riesgo de cancer bucal en los muy fumadores en comparación con los no fumadores se puede estimar de la manera siguiente:

Estimación de riesgo relativo =

a (expuesto, enfermo) x d (no expuesto, no enfermo)

b (expuesto, no enfermo) x c (no expuesto, enfermo)

$$RP = \frac{198 * 102}{171 * 20} = 5.64$$

Por lo tanto, esos datos muestran que en esta muestra es 5.64 veces más probable que al guien con cancer bucal sea un gran fumador y no un control de hospital.

PROBLEMA 1.

En un reciente estudio realizado se determinó la frecuencia del enjuagatorio bucal tanto en pacientes con cancer bucal como en controles de hospital. El resultado del cuestionario para hombres exclusivamente se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 6.3

Frecuencia del enjuagatorio bucal	Casos de cáncer bucal	Controles de hospital	Total
Diario	171	150	321
Esporádico	75	94	169
Nunca	168	167	335
Total	414	411	825

Calcule el riesgo de cancer bucal entre hombres en asociación con la práctica diaria y esporádica de enjuagatorios bucales.

Intervalo de confianza para la relación de probabilidades:

Se puede calcular un intervalo de confianza para la relación de probabilidades, con lo que se dispone de un intervalo que cubre el riesgo verdadero con 95 % de certeza. Por eso el intervalo con 95% de confianza también se puede considerar como prueba de significación bilateral a un nivel del 5% con la siguiente hipótesis nula: El riesgo de enfermedad en el grupo expuesto es igual al riesgo de enfermedad en el grupo no expuesto ($RR = 1$).

Una aproximación a la varianza de RP se basa en la transformación de RP en una escala logarítmica natural de la manera siguiente:

$$\text{Logaritmo natural de la relación de probabilidades} = \ln \left(\frac{ad}{bc} \right)$$

La varianza del $\ln(ad/bc)$ se aproxima por medio de:

$$\text{Var } \ln \left(\frac{ad}{bc} \right) = \left(\frac{1}{a} \right) + \left(\frac{1}{b} \right) + \left(\frac{1}{c} \right) + \left(\frac{1}{d} \right)$$

Donde a, b, c, y d representan las cuatro celdas de la tabla 6.1. La raíz cuadrada de la varianza de $\ln(ad/bc)$ se puede utilizar como estimación del error estándar de $\ln(ad/bc)$. Aplicando la teoría normal y transformando otra vez los límites a escala original de la relación de probabilidades, se puede representar el intervalo con 95% de confianza para la relación de probabilidades de la manera siguiente:

$$IC\ 95\% = \exp \left| \ln \left(\frac{ad}{bc} \right) \pm 1.96 \sqrt{\left(\frac{1}{a} \right) + \left(\frac{1}{b} \right) + \left(\frac{1}{c} \right) + \left(\frac{1}{d} \right)} \right|$$

x

Donde $\exp = e^x$ = antilogaritmo. Por ejemplo, en la tabla 6.2 se estimó en 5.64 la probabilidad relativa de desarrollo de cancer bucal en personas muy fumadoras en comparación con otras no fumadoras. El intervalo con 95% de confianza para la relación de probabilidades es:

$$IC\ 95\% = \exp \left[\ln(5.64) \pm 1.96 \sqrt{\left(\frac{1}{189}\right) + \left(\frac{1}{171}\right) + \left(\frac{1}{20}\right) + \left(\frac{1}{102}\right)} \right]$$

$$\exp = [1.73 \pm 0.522]$$

$$= (3.35 ; 9.51)$$

Así, el intervalo con 95% de confianza para la relación de probabilidades 5.64 es aproximadamente (3.35; 9.51). Como el intervalo no incluye 1.0 (unidad de la relación de riesgo) podemos rechazar la hipótesis nula de igual riesgo en expuestos y no expuestos con un nivel de significación de 5%.

PROBLEMA 2

Utilizando la información de la tabla 6.3 calcule aproximadamente el intervalo con 95 % de confianza para la relación de probabilidades en asociación con el cancer bucal y la práctica diaria de enjuagatorios. ¿Podemos rechazar la hipótesis nula de igual riesgo en expuestos y no expuestos?

MEDIAS DEL EFECTO POTENCIAL

Porcentaje de riesgo atribuible a la población: (RAP)

El RAP es una medición del porcentaje de incidencia de la enfermedad en la población en su conjunto como consecuencia de la exposición a un factor de riesgo establecido como determinante de la enfermedad. El %RAP también recibe el nombre de fracción etiológica (FE) y se puede considerar como la probabilidad de que un determinado caso de la enfermedad en estudio en el conjunto de la población sea resultado de la exposición al factor. La fórmula para el RAP se expresa como la incidencia total (Y) menos la incidencia en los expuestos (Io) dividida por la incidencia total.

$$\%RAP = \frac{(I - I_0)}{I} * 100$$

Por eso para calcular el %RAP utilizando esta fórmula hay que conocer la incidencia de la enfermedad en la población.

PROBLEMA 3

En el ya citado estudio longitudinal de 10 años se determinó con respecto a la totalidad de residentes que la tasa ajustada por edad de incidencia anual de cáncer bucal era 21/100.000. Entre los individuos habituados a fumar al revés, la incidencia anual observada fue de 37 casos por 100.000 en comparación con la tasa cero registrada por los no fumadores. Calcule el porcentaje de riesgo atribuible a la población como resultado del hábito de fumar al revés.

REVISION

Mediciones de riesgo:

1. El riesgo relativo es una medición de la magnitud de la asociación de un factor de riesgo del que se sospecha y una enfermedad. El RR se utiliza para contribuir a evaluar la relación entre factor y enfermedad.
2. Para determinar el riesgo de enfermedad en una población en estudio, las personas se dividen en cuatro grupos con arreglo a su nivel de exposición y enfermedad, como sigue:

Tabla 6.4

EXPOSICION	ENFERMEDAD		Total
	Presente	Ausente	
Expuestos	a	b	a + b
No expuestos	c	d	c + d
Total	a + c	b + d	N

3. El RR es la relación de la incidencia de la enfermedad en las personas expuestas con la incidencia de la enfermedad en las no expuestas. El riesgo relativo se conoce también como relación de riesgo..

4. En un estudio de cohorte se conoce de antemano el nivel de exposición y se determina después el estado del individuo en lo que a enfermedad respecta. El RR se expresa así:

$$RR = \frac{a / a (a + b)}{c / c (c + d)}$$

5. En un estudio de caso- control, se conoce de antemano el estado de los sujetos en cuanto a enfermedad y se determina luego su nivel de exposición. Habida cuenta de que se desconoce la incidencia de la enfermedad, hay que estimar el RR. La estimación del RR se conoce como probabilidad relativa (PR) .

$$RR \approx RP = \frac{ad}{bc}$$

Medias del efecto potencial:

6. Una vez que se ha establecido que un factor de riesgo es determinante de enfermedad, se puede calcular una media de riesgo ocasionado por la exposición en la población total para cuantificar el efecto esperado de la eliminación del factor de exposición.

7. El porcentaje de riesgo atribuible a la población (%RAP) es el porcentaje de incidencia en la población total que ocasiona la exposición. La fórmula para estimar el (%RAP) es:

$$\% \text{ RAP} = \frac{(I - I_o)}{I} * 100$$

Donde Y = incidencia de la enfermedad en la población total e Io= incidencia en los no expuestos.

TEST FINAL # 6

1. En un estudio de cancer bucal se obtuvieron historias pormenorizadas sobre los hábitos alcohólicos de 181 pacientes de cancer bucal y 497 controles de hospital. A partir de los resultados presentados en la tabla 6.5 determine el riesgo asociado con cada nivel de hábito alcohólico en comparación con un mínimo de consumo

Tabla 6.5

Hábitos alcohólicos	Casos de cáncer bucal	Controles de hospital
10 o más EW #/día	101	133
6 - 9 EW #/día	47	52
Menos de 6 EW #/día	23	106
Consumo mínimo ##	10	206
Total	181	497

2. Utilizando datos de la tabla 6.5, calcule los intervalos aproximados con 95% de confianza para el riesgo asociado con el consumo de 10 ó más EW #/día. Recurriendo al IC 95% como test de significación enuncie la hipótesis nula. ¿Podemos rechazar la hipótesis nula?

3. En un estudio longitudinal de 10 años notificaron que la tasa de incidencia anual ajustada por edad de leucoplasia entre mujeres era 1.3/100.000. La incidencia entre las que tenían el hábito de mascar tabaco era 3.0/100.000 y entre las que no tenían, cero. Calcule la fracción etiológica de leucoplasia con resultado del hábito de mascar tabaco y analice sus respuestas.

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERRECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE _____

CODIGO _____

LABORATORIO #7 ETADISTICAS NO PARAMETRICAS: TEST DE SIGNIFICACION APAREADOS Y NO APAREADOS

INTRODUCCION: El término parámetro se refiere a medidas de la población como σ y μ . Las técnicas estadísticas que se basan en ciertos supuestos referentes a los parámetros de la población a partir de la cual se obtuvo una muestra, se llaman estadísticas paramétricas. Por ejemplo, tanto en el test t como en el F se supone que la población subyacente se encuentra normalmente distribuida, con varianzas iguales para cada una de las subpoblaciones. La aplicación adecuada de los métodos paramétricos requiere que estos supuestos sean válidos.

A veces ocurre que estos supuestos con respecto a distribuciones no son realistas. Si se tiene conocimiento de que las observaciones provienen de una distribución asimétrica, se viola el supuesto de normalidad. En ocasiones se sabe muy poco de las observaciones excepto que provienen de :

1. Distribuciones continuas
2. Distribuciones simétricas
3. Pares de observaciones con coherencia interna
4. Escalas de mediciones que son ordinales o nominales más que del tipo intervalar.

Se conoce con el nombre de test no paramétricos al grupo de test que se fundan en muy pocos supuestos y que requieren muy poco conocimiento adicional sobre las observaciones. Estos test se deben utilizar cuando no está justificado el uso de test paramétricos equivalentes. Por eso los test no equivalentes constituyen alternativas útiles y poderosas.

Los test paramétricos de significación se pueden categorizar en forma global en dos grupos sobre la base de que los grupos de experimentación y control estén relacionados o sean independientes. Toda categorización adicional se basa en el tipo de medición utilizada para recolectar los datos. El propósito de este laboratorio es exponer otros métodos no paramétricos que se pueden utilizar para comparar datos apareados o no apareados con diferentes niveles de medición.

OBJETIVOS

1. Usted podrá determinar cuando se debe emplear un test paramétrico en vez de uno no paramétrico.
2. Si hay que utilizar un test no paramétrico, usted estará en condiciones de determinar cual de esos test se debe emplear.
3. Usted podrá llevar a cabo, además de la estadística chi-cuadrado otros cuatro test de significación no paramétricos.

MUESTRAS RELACIONADAS

Se considera que los grupos de experimentación y control están apareados así:

1. Cada sujeto del estudio se toma también como control
2. Experimentales y controles forman pares.
3. Cada sujeto de experimentación ha sido artificialmente apareado respecto de varias variables externas con un correspondiente sujeto de control.

Test de McNemar

Este test es adecuado para comparar muestras relacionadas; los datos solo necesitan ser de escala nominal, aunque pueden ser de nivel superior. El método se puede emplear para evaluar la variable en estudio, comparando dos muestras apareadas. Además el método puede resultar particularmente útil para evaluar efectos; por eso se lo conoce también como test de McNemar para la significación de las modificaciones.

Para utilizar este test para dos muestras apareadas, cada sujeto del grupo de experimentación, se compara con su par del grupo de control. Como el procedimiento se basa en la estadística chi-cuadrado, el primer paso consiste en armar una tabla de 2×2 . Los valores de las celdas se basan en la concordancia o discordancia de cada par, de la siguiente manera:

Tabla 7.1

		Grupo de control apareado	
		+	-
Grupo de experimentación	+	a	b
	-	c	d

Donde un (+) representa un sujeto 'positivo' y un (-) un sujeto 'negativo' con respecto a la variable en estudio. Para llenar la tabla de 2×2 , cada sujeto del grupo experimental se compara con el correspondiente sujeto del grupo de control en cuanto a la presencia (+) o ausencia (-) de la variable de estudio. Cada una de estas comparaciones apareadas cuenta con un dato. Si tanto el sujeto de experimentación como el de control son positivos, entonces el par se contabiliza en la celda a y la comparación se considera empatada. Si el sujeto de experimentación es positivo y el de control negativo, el par no empatado se contabiliza en la celda b. Si el sujeto de experimentación es negativo y el de control positivo, el par no empatado se contabiliza en la celda c. Si tanto el sujeto de experimentación como el de control son negativos, el par empatado se contabiliza en la celda d. Para utilizar el test McNemar en relación con efectos antes y después, el procedimiento es el mismo cuando el sujeto es a la vez experimental y control. En este caso cada par está dado por la comparación del estado de cada sujeto antes y después: la tabla es la siguiente:

Tabla 7.2

		Después	
		+	-
Antes	+	a	b
	-	c	d

Nuevamente las celdas a y d representan los pares empatados en positivo o negativo y las celdas b y c los pares no empatados.

No importa que la información que completó la tabla de 2×2 haya provenido de un estudio con sujetos apareados o con un mismo sujeto como experimental y control a la vez. En ambos tipos de estudio, la hipótesis nula es que para $b + c$ pares sin concordar $\Pr(b) = \Pr(c) = 1/2$; en otras palabras el número total de pares sin concordar se debe dividir en forma pareja entre b y c.

Por lo tanto para calcular la estadística para pares concordantes, las celdas de interés son sólo las correspondientes a pares no empatados. McNemar dedujo una fórmula simple para calcular la hipótesis nula. Es la siguiente:

$$X^2 = \frac{(b - c)^2}{b + c}$$

Donde χ^2 denota una distribución de chi-cuadrado con un grado de libertad.
 Ejemplo: Suponga que en un grupo de 50 estudiantes sometidos a un examen odontológico inicial, 20 tenían gingivitis leve y 30 eran clínicamente sanos. Después de 10 semanas de instrucción intensiva en higiene bucal, esos mismos 50 estudiantes fueron examinados de nuevo. Los resultados del segundo examen demostraron que de los 20 que originalmente tenía gingivitis leve, sólo 11 se podían volver a clasificar en el mismo grupo. Por otra parte 5 de lo inicialmente sanos se podían clasificar ahora dentro de los que tenían gingivitis leve. Los resultados se pueden tabular de la siguiente forma:

Tabla 7.3

Antes de recibir instrucción en HB	Después de recibir instrucción en HB		
	Con gingivitis leve	Sanos	Total
	+	-	
Con gingivitis leve	+ 11	9	20
Sanos	- 5	25	30
Total	16	34	50

La hipótesis nula dice que no hay cambios netos en la salud gingival de los estudiantes que reciben instrucción en higiene bucal. Para probar la hipótesis nula recurrimos al test de McNemar.

$$\chi^2 = \frac{(b - c)^2}{b + c}$$

Para valores observados de $b = 9$ y $c = 5$ tenemos:

$$\chi^2_1 = \frac{(9 - 5)^2}{9 + 5} = \frac{16}{14} = 1.14$$

El valor de 1.14 es menor que el valor crítico de 3.84 y por eso, podemos aceptar la hipótesis nula de que no hay cambios netos.

PROBLEMA 1

Setenta pacientes con enfermedad periodontal fueron apareados uno por uno con controles sanos, teniendo en cuenta la edad, el sexo, el nivel socioeconómico y la frecuencia de las visitas al odontólogo. Se compararon entonces los hábitos de cada cual en cuanto a fumar. Después del relevamiento se tabularon los siguientes resultados:

Tabla 7.4

		Controles sanos apareados		Total
		Fumadores +	No fumadores -	
Pacientes periodontales				
Fumadores	+	28	22	50
No fumadores	-	2	18	20
Totales		30	40	70

Enuncie la hipótesis nula y calcule el correspondiente valor de chi-cuadrado para variables apareadas. ¿Podemos rechazar la hipótesis nula?

El test de los signos para comparaciones apareadas

El test de los signos es un método no paramétrico para comparar dos muestras relacionadas; es apropiado para conjuntos de datos en los que el tipo de medición corresponde a la escala ordinal o superior. Es un método rápido y sencillo.

El método entraña la comparación de cada par y la determinación de la dirección de la diferencia dentro de cada par ($A_i - B_i$) que puede ser negativa o positiva. La hipótesis nula dice que la probabilidad de que una observación en el grupo experimental (A_i) sea mayor que una observación en el grupo de control (B_i) es igual a la probabilidad de que una observación en el grupo de control (B_i) sea mayor que una observación en el grupo experimental (A_i). En términos matemáticos:

$$\Pr [A_i > B_i] = \Pr [B_i > A_i]$$

Para probar esta hipótesis sume el número total de veces (T) en que la observación (A_i) es mayor que la observación (B_i). N representa el número de observaciones apareadas que no son empates y $S = N - T$, el número de veces en que la observación (B_i) es mayor que la observación (A_i). Si $N \geq 10$, la estadística bilateral es análoga a la del test de McNemar. Utilizamos:

$$\chi^2 = \frac{(T - S)^2}{T + S}$$

También se puede llevar a cabo un test unilateral. Las mismas normas que se analizaron para el test de McNemar se aplican para convertir un valor de p bilateral en uno unilateral. De hecho, esta regla de conversión es general si se trata de distinguir un test unilateral cuando se ha calculado un valor de p bilateral.

Test exacto de los signos con pequeños tamaños de muestra

Quando $N < 10$, la estadística de χ^2 para el test de los signos pierde exactitud matemática. Esto se debe a que la distribución de χ^2 es en verdad una aproximación de la distribución correcta. A medida que N se hace más grande, la aproximación se efectúa cada vez mejor. Cuando N es 100 o más, la aproximación es casi perfecta; cuando $N \geq 20$, la aproximación es generalmente buena; cuando $N \geq 10$ es probable que la aproximación sea buena, sin embargo cuando $N < 10$, no podemos confiar en la aproximación y debemos utilizar una expresión exacta.

Recuerde que dijimos que T es el número de veces que la observación (Ai) es mayor que la observación (Bi) y S el número de veces en que (Bi) es mayor que (Ai). Hacemos caso omiso de los empates de manera que $N = T + S$. Se puede confeccionar un test estadístico unilateral exacto utilizando la siguiente fórmula para calcular P, un valor p unilateral.

(probabilidad de un resultado T o menor)

$$P = \sum_{t=0}^T \binom{N}{i} \frac{1}{2^N}$$

Donde:

$$\binom{N}{i} = \frac{N!}{i! (N-i)!}$$

Rechace la hipótesis nula de probabilidades iguales si $P \leq 0.05$ (o cualquier otro α predeterminado). Se pueden deducir los valores críticos correspondientes al test de los signos para varios tamaños de muestra (N) utilizando estas fórmulas, a continuación se presenta un ejemplo:

Ejemplo: Un equipo de investigadores tenía interés en evaluar una nueva medicación para aliviar el dolor. El estudio se basó en informes suministrados por los pacientes sobre el grado de dolor o molestia experimentado durante el tratamiento con la nueva medicación en comparación con el experimentado en otra ocasión similar en la que se había utilizado la medicación común de control. El grado de molestia se registró en una escala 0-3, en la cual 0 representaba la ausencia de dolor y 3 una molestia fuerte. Se reunieron 9 pacientes a cada uno de los cuales se le hicieron dos observaciones. Los resultados del estudio fueron los siguientes:

Tabla 7.5

Identificación del paciente #	Medicación		Dirección de la diferencia	Signo
	Control	Experimental		

1	2	0	>	+
2	3	0	>	+
3	2	1	>	+
4	3	3	=	0
5	2	0	>	+
6	1	0	>	+
7	0	1	<	-
8	3	2	>	+
9	0	1	<	-

Como se pasa por alto el par empatado, $N=8$. Seis pacientes sintieron con la medicación testigo mayor dolor que con la medicación experimental ($T=6$).

La hipótesis nula es que las medicaciones testigo y experimental son igualmente efectivas. La hipótesis alternativa que en este caso interesa es que la medicación experimental es más efectiva que la testigo. La hipótesis alternativa tiene una dirección conexas y, por lo tanto, requiere una prueba unilateral. Para establecer si el número de diferencias positivas observado es estadísticamente significativo, se compara el número ($T=6$) con la siguiente tabla de valores críticos deducidos de una distribución binominal. Esta tabla muestra el número que se puede considerar significativo para cada tamaño de muestra (N) y valor alfa.

Tabla 7.5a

VALORES CRÍTICOS DE T PARA EL TEST EXACTO DE LOS SIGNOS

N	α (bilateral)	0.10	0.5	N	α (bilateral)	0.10	0.5
	α (unilateral)	0.05	0.025		α (unilateral)	0.05	0.025
1				11		2.09	1.10
2				12		2.10	2.10
3				13		3.10	2.11
4				14		3.11	2.12
5		0.5		15		3.12	3.12
6		0.6	0.6	16		4.12	3.13
7		0.7	0.7	17		4.13	4.13
8		1.7	0.8	18		5.13	4.14
9		1.8	1.8	19		5.14	4.15
10		1.9	1.9	20		5.15	5.15

En esta tabla se puede ver que para un tamaño de muestra $N=8$ tiene que haber 7 diferencias positivas para obtener significación (unilateral) a un nivel de α de 0.05. Advierta también que para obtener significación unilateral a un nivel de 0.025, las 8 diferencias deberían ser positivas. Por lo tanto se concluye que no hay que rechazar la hipótesis nula de que la medicación experimental y la testigo tienen una gran probabilidad de aliviar la molestia.

PROBLEMA 2

Los pacientes de cáncer que han recibido radiación de cabeza y cuello son muy propensos a experimentar un rápido avance en su experiencia de caries.

Se efectuó un estudio para evaluar la capacidad cariostática de una aplicación tópica de clorhexidine juntamente con topicaciones de fluoruro en comparación en comparación de la aplicación única de topicaciones con fluoruro. Ocho pacientes recibieron la aplicación combinada en un sector lateral de sus bocas y únicamente fluoruro en el otro. Después de años de radiación y quimioterapia preventiva, se observaron los siguientes cambios en la prevalencia de caries entre los 8 pacientes con cáncer.

Tabla 7.6

Identificación del paciente	Cambios en CPOP		Dirección de la diferencia	Signo
	Clorhexidine y fluoruro	Solamente fluoruro		
1	0	0.9		
2	0	-0.2		
3	0.5	1.5		
4	0.2	1.3		
5	-0.3	0.4		
6	0.8	0.8		
7	0	-0.3		
8	-0.7	0.1		

Utilizando el test exacto de los signos, evalúe la hipótesis nula de que la prevención con clorhexidine y fluoruro es tan activa como la prevención con fluoruro solo, en comparación con la hipótesis alternativa de que el tratamiento combinado es más efectivo que el tratamiento con fluoruro únicamente.

Test de orden y signo de Wilcoxon

Este test es otro procedimiento no paramétrico para el análisis de experimentos apareados, que se considera a menudo el equivalente no paramétrico del test t. Como sucede con el test de los signos, la utilización del test de orden y signo requiere que la variable en estudio se haya medido en una escala ordinal o de nivel mayor, con la suposición implícita de que las observaciones provienen de una población continua. El test de orden y signo lleva al test de los signos un paso más adelante. No solo se considera el sentido de las diferencias entre observaciones apareadas; también se toma en cuenta su magnitud.

El primer paso del procedimiento consiste en determinar las diferencias (d_i) entre cada par de observaciones, A_i y B_i , haciendo caso omiso de los empates.

$$d_i = (A_i - B_i)$$

La hipótesis nula dice que la diferencia promedio entre estas observaciones apareadas es cero. A fin de probar esta hipótesis nula, el siguiente paso es ordenar las diferencias (d_i) de menor a mayor, sin tener en cuenta el signo.

En otras palabras asigne el orden 1 al menor valor absoluto de d_i , el orden dos al que siga etc.. Si dos o más valores de (d_i) son iguales, el orden por asignar es el valor medio de los correspondientes órdenes. Por ejemplo si hay tres observaciones iguales que tendrían que ser consideradas las más bajas, todas con el orden 1, usted debe asignar a cada una el orden medio de $(1+2+3)/3 = 2$.

El test estadístico bilateral deseado, T , es igual a la menor suma de las diferencias del mismo signo: T^+ es igual a la suma de los órdenes de todas las d_i positivas y T^- igual a la suma de todas las d_i negativas. T es la menor de las dos, y se evalúa en las tablas de Wilcoxon y se evalúa en las tablas al final del laboratorio, controlando un valor de significación bilateral.

Ejemplo: Utilicemos los mismos datos del ejemplo que dimos para el test de los signos (vease tabla 7.5). De las nueve observaciones apareadas, seis no concordaban. Las diferencias entre los pares no empatados ($A_i - B_i = d_i$) y los órdenes que le corresponden son:

Tabla 7.7

Identificación del paciente	d_i	Orden
1	2	4.5
2	3	6
5	2	4.5
7	-1	2
8	1	2
9	-1	2

La hipótesis nula es que las medicaciones experimental y testigo son igualmente efectivas. Utilizaremos la hipótesis alternativa de que ambas medicaciones no son iguales.

$$N = 6 \text{ (número de pares no empatados)}$$

$$T+ = \text{suma de los órdenes positivos} = 4.5 + 6 + 4.5 + 2 = 17$$

$$T- = \text{suma de los órdenes negativos} = 2 + 2 = 4$$

$$T = \text{menor de los } T = 4$$

Si utilizamos la tabla de Wilcoxon del final, vemos que con $N = 6$ y un nivel de significación bilateral de 0.05, el valor crítico es cero. Por lo tanto para rechazar la hipótesis nula, nuestro valor de T debe ser menor o igual que ese valor. En este ejemplo, acepte la hipótesis nula.

Note que hicimos una prueba unilateral cuando analizamos los datos con el test de los signos. En el caso de test de orden y signo, el test unilateral correspondiente está dado por el uso de $T+ = 17$, pues la hipótesis alternativa unilateral se inclina por la medicación experimental respecto de la testigo. Si hacemos un test de orden y signo, el valor crítico de cero en la tabla de Wilcoxon corresponde a un test unilateral con un nivel de significación de 0.025.

PROBLEMA 3

Con los datos de la tabla 7.6 pruebe otra vez la hipótesis nula de que las probabilidades son iguales, pero ahora utilice el test de orden y signo de Wilcoxon.

Tome nota de que la tabla de los valores críticos para el test de orden y signo solo llegan a 25 observaciones que no están empatadas. Como en el caso del test de los signos hay una versión exacta del test de orden y signo para pequeños tamaños de muestra y otra aproximada para muestras de mayor tamaño. La versión aproximada se basa en la distribución normal y se torna exacta cuando los tamaños de las muestras se hacen muy grandes.

MUESTRAS INDEPENDIENTES

Los test de significación que comparan dos grupos no apareados se encuadran en la categoría del test para muestras independientes y reciben también el nombre de test para dos muestras de diferente ubicación. Como se analizó en la introducción, el test de chi-cuadrado para muestras independientes es un método no paramétrico que se utiliza cuando los datos están medidos a nivel nominal. Además, para los datos ordinales que se pueden ordenar existe otro test de Wilcoxon llamado de la suma de los órdenes.

Test de la suma de los órdenes de Wilcoxon

Se usa para determinar si dos grupos independientes han sido tomados de la misma población y por eso constituye una alternativa útil ante el test *t*. El nivel de las mediciones debe ser ordinal o más elevado.

La hipótesis nula que se debe probar sostiene que las distribuciones de las dos muestras son las mismas.

Este test requiere, en primer término, la diferenciación del tamaño de las dos muestras; *n* representa el número de observaciones en la primera muestra y *m* el número de observaciones en la segunda. Todas las observaciones (*n* + *m*) en ambos grupos se ordenan juntas de menor a mayor. Si dos o más observaciones son iguales asígneles el valor medio del orden. Suma luego los valores de los órdenes fijados para las observaciones en el grupo uno y llame el resultado *R_n*. Suma los órdenes de las observaciones en el grupo dos y llame el resultado *R_m*. Hecho esto, aplique la siguiente fórmula para obtener la estadística *U*:

$$U_n = R_n = - \frac{[n(n+1)]}{2}$$

$$U_m = R_m = - \frac{[m(m+1)]}{2}$$

Seleccione *U* entre la menor de *U_n* y *U_m*

Para probar la hipótesis de distribuciones iguales, la U apropiada se determina mediante las tablas que se encuentran al final. Si el valor de U es menor o igual que el valor crítico fijado en la tabla la hipótesis nula se rechaza, de lo contrario, se la acepta. Observe que los valores críticos corresponden a una prueba unilateral con $\alpha = 0.025$ o a una prueba bilateral con $\alpha = 0.05$.

El tratamiento favorecido se identifica más fácilmente si se utilizan los órdenes R_n/n y R_m/m . Si se supone que se prefiere el orden menor, entonces el grupo favorecido es aquel con el orden medio menor.

Ejemplo: Un periodontista tenía interés en probar un tratamiento quirúrgico periodontal prometedor. Se seleccionaron 30 pacientes con mediana equivalente en cuanto a nivel de adherencia. Los pacientes fueron asignados en forma aleatoria al grupo experimental o al grupo testigo. Después de 12 meses se los reexaminó y registraron entonces los siguientes niveles de adherencia.

Tabla 7.8

Grupo experimental n = 12		Grupo testigo m = 18			
Observación (mm)	Orden	Observación (mm)	Orden	Observación (mm)	Orden
2.9	13.5	2.7	10.5	3.1	16.0
2.8	12	3.9	29	2.6	8.5
3.2	17	3.6	23.5	2.5	6.5
2.6	8.5	2.7	10.5	3.6	23.5
2.5	6.5	2.3	3.5	2.4	5
3.8	27.5	3.4	20	3.8	27.5
4.0	30	3.0	15		
3.3	18	2.1	2		
3.4	20	2.9	13.5		
3.5	22	3.7	25.5		
2.3	3.5	3.4	20		
3.7	25.5	2.0	1		

R_n = Suma de los órdenes en el grupo 1 = 204 ; orden medio para el grupo 1 = 17

R_m = Suma de los órdenes en el grupo 2 = 261 ; orden medio para el grupo 2 = 14.5

$$U_n = 204 - [12 * 13 / 2] = 126$$

$$U_m = 261 - [18 * 19 / 2] = 90$$

$$U = 90$$

Con arreglo a las tablas de Mann-Whitney para grupos de tamaño de muestra 12 y 18, el valor crítico es = 61. Como $90 > 61$ acepte la hipótesis nula sobre la base de un test bilateral con $\alpha = 0.05$.

PROBLEMA 4

Supongamos que formulamos la hipótesis de que hay una relación entre la impresión que tiene un asistente dental de estar recibiendo una remuneración razonable y la satisfacción que experimenta al cumplir su trabajo. Fueron interrogadas 23 asistentes sobre sus ingresos y sus sentimientos de satisfacción laboral. Las que estaban conformes con lo que ganaban ($n=13$) fueron colocadas en un grupo y las que no ($m = 10$) fueron colocadas en otro. La satisfacción laboral se registró en una escala de 1 a 5, en la que 1 representaba muy poca y 5 mucha. Los resultados obtenidos son:

Tabla 7.9

Grupo 1 (Ingresos razonables) $n = 13$	Grupo 2 (Ingresos insuficientes) $m = 10$
5	1
5	2
4	3
2	2
4	5
1	4
3	1
1	4
2	5
1	5
3	
3	
5	

Enuncie una hipótesis nula y pruébela utilizando el test de la suma de los órdenes.

REVISION

1. En tanto que los test paramétricos se basan en muchos supuestos implícitos, como los referidos a una población distribuida normalmente y varianzas iguales, los test no paramétricos son menos restrictivos. Constituyen una alternativa eficaz cuando los datos no son normales o se trata de estudios que incluyen pocos sujetos y se dispone de escasa información sobre la población de la cual provienen.

2. Supongamos que ud. haya decidido que la utilización de test no paramétricos es más conveniente para su conjunto de datos. Pero puede ser útil que aprenda a diferenciarlos por categorías. Los test no paramétricos de significación se pueden clasificar sobre la base de que los grupos experimental y testigo estén apareados o sean independientes. Se puede hacer otra clasificación con arreglo a nivel de las mediciones. Estas categorías pueden ayudar al investigador a determinar cuál de los test no paramétricos es el más apropiado para sus datos.

Tabla 7.10

TEST NO PARAMETRICOS DE SIGNIFICACION		
Nivel de la medición	Muestra relacionada Una muestra	Muestras independientes Dos muestras
Nominal	Test de McNemar	Test de X de independencia
Ordinal	Test de los signos Test de orden y signo de Wilcoxon	Test de la suma de los órdenes de Wilcoxon

3. En escala nominal, si los datos de las muestras están apareados, resulta adecuado el test de McNemar. Si las muestras son independientes generalmente se utiliza el test de chi-cuadrado.

4. En escala ordinal hemos examinado tres test. Para muestras apareadas, el test de orden y signo es el equivalente no paramétrico del test apareado. Sin embargo, para mayores conjuntos de datos, el test de los signos es rápido y ágil. Para muestras independientes por lo general se reconoce que el test de la suma de órdenes de Wilcoxon constituye una alternativa no paramétrica eficaz con respecto al test t no apareado.

TEST FINAL # 7

1. Se emprendió una investigación para investigar una posible asociación positiva entre pérdida de hueso alveolar y exposición durante toda la vida al hábito de fumar cigarrillo. Se tomaron radiografías de 164 pares de gemelos que discordaban en sus hábitos al respecto. Las mediciones de pérdida de hueso alveolar se clasificaron de 0 a 4; en esta escala 0 representa ausencia de pérdida osea y 4 pérdida osea $> 3/4$ de la longitud radicular calculada desde el límite amelocementario hasta el ápice. Enuncie la hipótesis nula y la hipótesis alternativa para este estudio. ¿Qué método estadístico utilizaría para probar la nula? ¿Por qué?

2. Los niños discapacitados internados tienen a menudo malos hábitos de higiene bucal y presentan alto riesgo de enfermedades bucodentales. Sin embargo algunos investigadores han informado acerca de la baja prevalencia de gingivitis entre los niños con síndrome de Down. Se llevó a cabo un estudio para comparar la prevalencia de gingivitis entre 8 niños con síndrome de Down y 11 con otras deficiencias mentales. La gingivitis se midió utilizando el índice gingival (IG) que oscila entre 0 y 3. Los resultados fueron los siguientes:

Tabla 7.12

Niños con síndrome de Down Puntaje de IG	Niños con otras deficiencias mentales Puntaje de IG
0	1
1	2
2	1
0	2
3	1
1	0
0	0
1	3
	3
	0
	2

Pruebe la hipótesis nula de que no existe diferencia en la distribución de puntajes de IG entre niños con síndrome de Down y los que tienen otras deficiencias mentales.

**VALORES CRITICOS DE T EN EL TEST
DE ORDEN Y SIGNO DE WILCOXON
(APAREADO)**

N	Nivel de significación para test unilateral		
	0.025	0.01	0.05
	Nivel de significación para test bilateral		
	0.05	0.02	0.01
6	0	-	-
7	2	0	-
8	4	2	0
9	6	3	2
10	8	5	3
11	11	7	5
12	14	10	7
13	17	13	10
14	21	16	13
15	25	20	16
16	30	24	20
17	35	28	23
18	40	33	28
19	46	38	32
20	52	43	38
21	59	49	44
22	66	56	49
23	73	62	55
24	81	69	61
25	89	77	68

Valores críticos de U en el test de la suma de órdenes
para un test unilateral con $\alpha = 0.025$ o para un test bilateral con $\alpha = 0.05$

n \ m	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
4	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
6	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
7	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
8	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
9	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
10	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
11	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
12	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
13	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
14	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
15	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
16	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
17	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
18	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
19	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127
20												

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

PROBLEMA No 1

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

BIOESTADISTICA

TERECR SEMESTRE

NOMBRE: _____

CODIGO: _____

LABORATORIO # 8 CORRELACION Y REGRESION

INTRODUCCION: Hasta ahora, hemos considerado las distribuciones y propiedades de variables únicas. Empero, amenudo nos interesa la interrelación de pares de variables: por ejemplo altura y peso, nivel de dos componentes bioquímicos en la sangre de un paciente o enfermedad periodontal en los lados izquierdo y derecho de la cavidad bucal de un paciente. En estos casos nuestro interés se reduce a establecer si una de las variables experimenta un cambio concomitante respecto de la otra. Esta relación entre dos variables de una población se denomina correlación. En ella no se presume que una variable ejerza un efecto causal sobre la otra. Ahora suponga que su interés recae en la disminución de la tensión arterial sistólica que se consigue con diferentes dosis de un adroga hipotensora. Aquí cabe esperar que los cambios en esa dosis modifiquen el grado de esa disminución. También es posible que queramos determinar el efecto de diferentes niveles de ingresos en los gastos que se efectúan en concepto de atención odontológica, aquí podemos suponer que el gasto que una persona realiza depende en alguna medida de sus ingresos. En estas situaciones lo que nos interesa es el efecto de una variable independiente 'x' sobre una variable dependiente 'y'. Llamamos regresión a este tipo de relación.

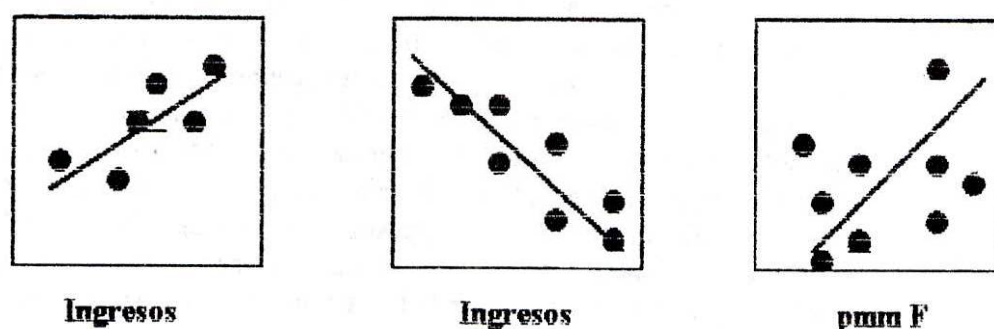
OBJETIVOS

1. Usted podrá desarrollar la fórmula del moneto producto para el coeficiente de correlación, ρ , que mide la intensidad de la relación lineal entre dos variables.
2. Usted podrá calcular el coeficiente de correlación de la muestra, r , que estima ρ , a partir de una muestra de n pares de observaciones.
3. Usted aprenderá a reconocer la regresión lineal simple, que permite establecer un modelo de la dependencia de una variable 'y' respecto de otra variable 'x'.

CORRELACION

En la figura 8.1a se presenta un gráfico de los ingresos de los pacientes en relación con sus dientes obturados del total de cariados, perdidos y obturados. A partir de este gráfico resulta claro que los ingresos y la relación O / CPOD aumentan juntos linealmente, pues la dispersión de los puntos muestra una tendencia lineal positiva. Es más probable que las personas con mayores ingresos utilicen servicios odontológicos y se hagan obtener sus dientes cariados. En la figura 8.1b se muestra exactamente la relación opuesta entre ingresos y la producción C / CPOD: a medida que aumentan los ingresos disminuye el porcentaje de dientes con caries. En la figura 8.1c se observa con respecto a la figura 8.1a, una tendencia lineal también positiva, pero con datos más dispersos; esto indica que la relación lineal entre el porcentaje de la población afectada por fluorosis dental y ppm de fluoruro es más débil que la existente entre ingresos y proporción de O / CPOD.

Figura 8.1

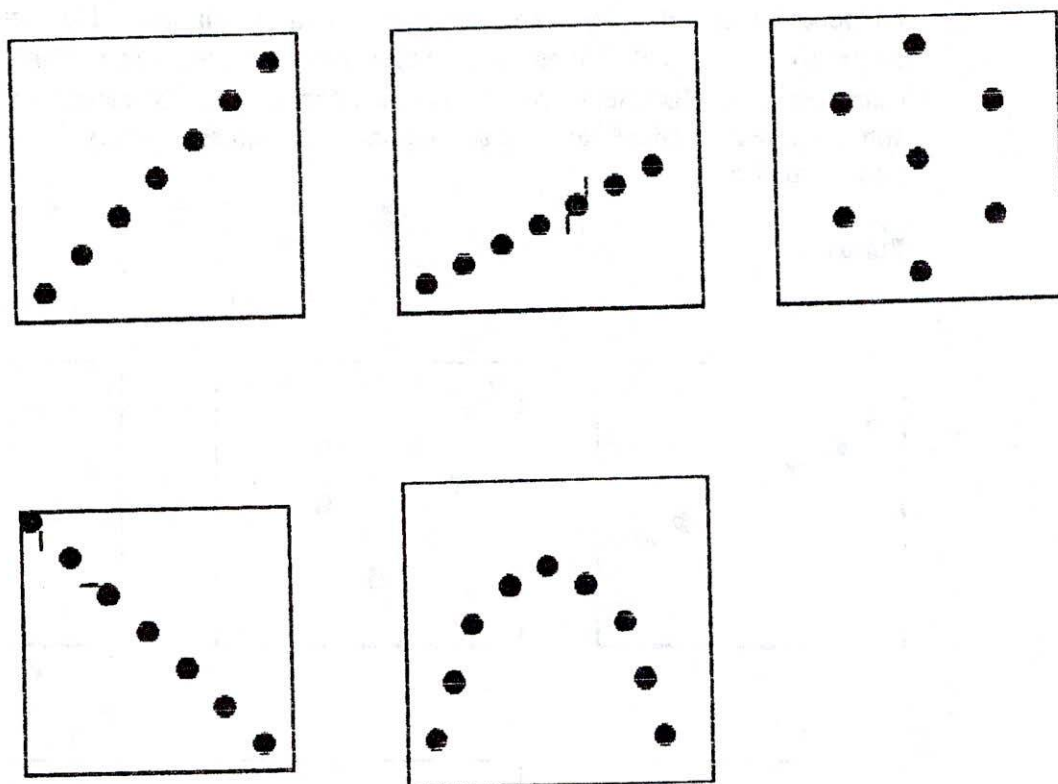


¿Cómo cuantificamos la magnitud de estas relaciones lineales para poner de relieve los puntos salientes? Definimos un parámetro de la población ρ (rho), la fórmula del momento producto para el coeficiente de correlación entre dos variables x e y , con medias μ_x , μ_y y desviaciones estándar σ_x , σ_y respectivamente, como

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu_x)(Y_i - \mu_y)}{N\sigma_x \sigma_y}$$

Donde la suma Σ indica el número de miembros de la población de (x,y) s. ρ puede variar entre un valor máximo de +1 y un mínimo de -1. Las figuras 8.2 a a e muestran valores de ρ para diferentes medidas de correlación entre dos variables. En la figura 8.2e advertimos que la relación que sin duda existe entre las dos variables no es lineal. Destacamos que la fórmula del momento producto para el coeficiente de correlación ρ es sólo una medida de grado o intensidad de la relación lineal en una población de dos variables.

Figura 8.2



Nuestro parametro de población ρ se estima a partir de una muestra de n pares de datos, con el coeficiente de correlación de la muestra r . La fórmula de r es:

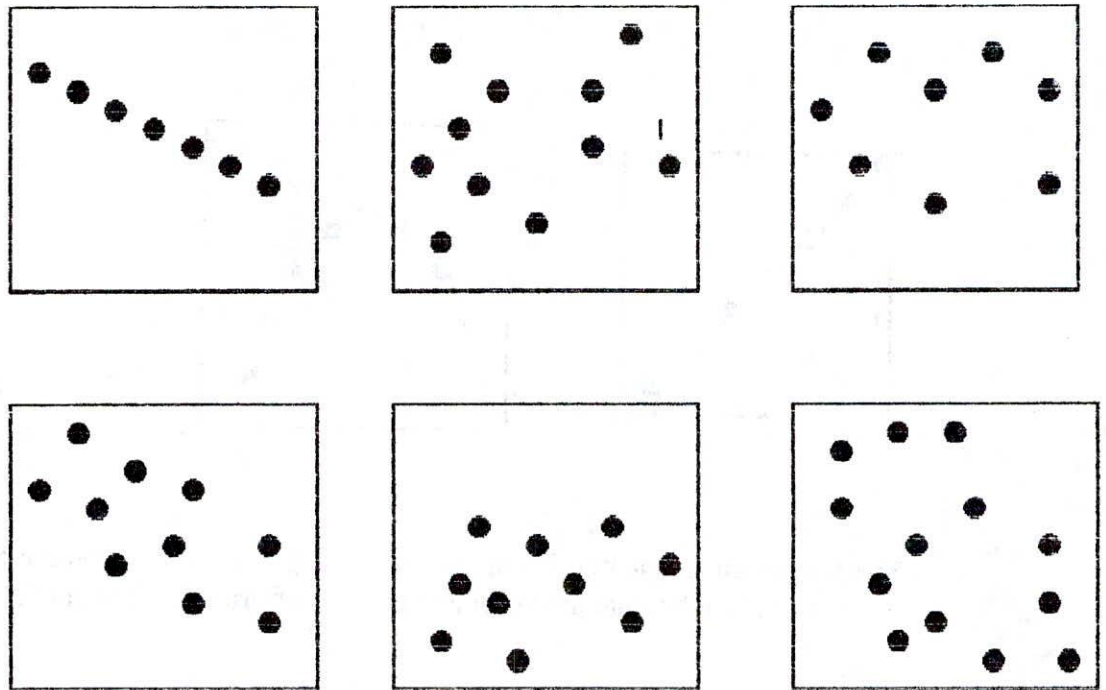
$$r = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (x - \bar{x})^2 \Sigma (y - \bar{y})^2}}$$

También se puede escribir

$$r = \frac{\sum xy - n \bar{x} \bar{y}}{(n-1) s_x s_y}$$

Las figuras 8.3a a 8.3f ofrecen ejemplos de distintos valores de r . Si r está cerca de cero esta indicando que x e y no guardan relación lineal entre sí. Disponemos de tablas que nos permiten probar la hipótesis $H_0: \rho = 0$ contra la alternativa $H_1: \rho \neq 0$, utilizando la estadística de la muestra r . También se puede usar r para calcular intervalos de confianza para ρ , pero los métodos pertinentes no son tan directos como los que se emplean para obtener intervalos de confianza para la media.

Figura 8.3



PROBLEMA 1

¿Cuál es el coeficiente de correlación utilizado para una población? ¿y para una muestra?

PROBLEMA 2

Si la relación entre dos variables estuviera dada por $\rho = 0.86$ ¿Qué indicaría esto? ¿y que pasaría si $\rho = -0.12$?

PROBLEMA 3

Determine el coeficiente de correlación para las dos variables x e y , donde x es el ingreso bruto del odontólogo e y es el porcentaje correspondiente a prótesis fijas entre el total de presentaciones que se brindan en su clínica. Utilice los datos de las seis clínicas que se presentan en la tabla 8.1

Tabla 8.1

x (dólares)	y (porcentajes)
70.000	0.10
160.000	0.60
110.000	0.45
95.000	0.30
150.000	0.55
80.000	0.15

REGRESION LINEAL SIMPLE

Suponga ahora que no estamos interesados en una correlación, sino en una relación entre una variable dependiente (y) y una independiente (x). Por ejemplo queremos medir la resistencia compresiva de una amalgama en función del tiempo. La tabla 8.2 nos muestra dicha amalgama una vez transcurridos cinco lapsos diferentes. La primera medición se efectuó a la media hora y se toma como punto de referencia $x = 0$.

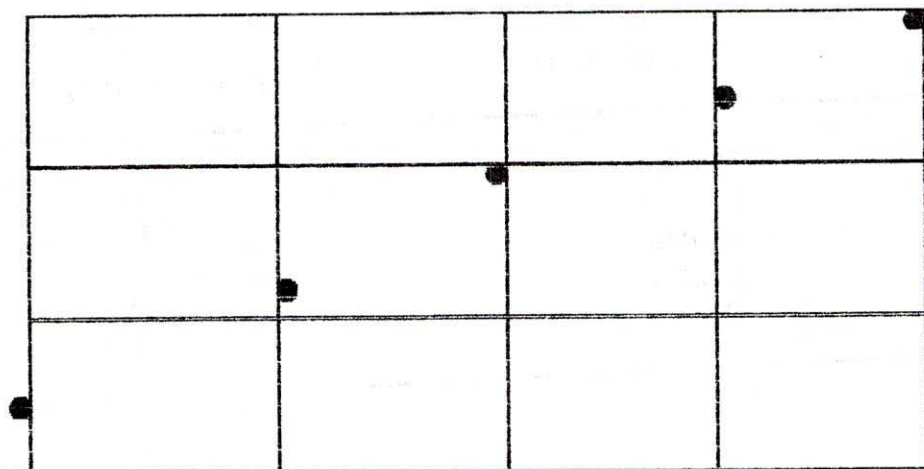
La figura 8.4 es un gráfico de la resistencia compresiva (y) contra el tiempo (x). Observamos en él que hay un aumento lineal definido de la resistencia compresiva en función del tiempo.

Tabla 8.2

Tiempo horas (x)	Resistencia compresiva libras / pulgada cuadrada (y)
0.0	5.310
0.5	11.210
1.0	19.470
1.5	24.190
2.0	28.320

Figura 8.4

**RESISTENCIA COMPRESIVA CONTRA TIEMPO PARA LOS
DATOS DE LA TABLA 8.2**



Es útil tomar nota de un modelo matemático de la relación entre x e y . El más sencillo es un modelo de regresión lineal simple que se expresa.

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

Aquí, y es el valor observado de la variable dependiente en el valor x de la variable independiente. El modelo tiene dos parámetros: α , que es la ordenada en el origen, y β , que es la pendiente de la línea. Alfa y beta son parámetros de la población. La cantidad ε , mide la variación aleatoria por errores de medición y factores de muestreo, que hacen que el punto observado esté fuera de la línea recta dada por $\alpha + \beta x$. La ordenada en el origen α da el valor de y cuando $x = 0$ y la pendiente β mide la tasa de cambio de y para cada unidad de aumento en x .

¿Cómo se obtiene una línea que se ajuste bien a un conjunto de datos?

Podemos trazarla a 'ojo', pero entonces variará con arreglo a los distintos casos y cada persona dibujará una ligeramente distinta. Con los datos de nuestra muestra tenemos que estimar los parámetros de nuestra población α y β lo mejor posible. Uno de los procedimientos más comunes para estimar α y β y obtener así una línea recta es el método de los mínimos cuadrados. Con este método calculamos a y b que estiman α y β respectivamente, obteniendo una línea que minimiza la suma de los cuadrados de las desviaciones verticales entre los puntos observados y la línea. Expresamos nuestra línea estimada con

$$\hat{y} = a + bx$$

Donde a y b se estiman a partir de los datos pertinentes, utilizando el método de los mínimos cuadrados, e $\hat{y}$ indica el valor estimado para una x determinada.

Las diferencias $\hat{y} - y$ nos dan los residuos de cada punto. Nuestra meta es minimizar la diferencia elevada al cuadrado entre los valores observados y los estimados. Advertimos que si el modelo lineal se ajusta bien a los datos, los residuos serán pequeños y estarán dispersos en forma aleatoria alrededor de cero. Si el modelo es deficiente y errónea la suposición acerca de la existencia de una relación lineal lo va a mostrar un gráfico de los residuos con los correspondientes valores de x . Al estudiar los residuos nos podemos dar cuenta de lo acertado de la selección del modelo de regresión para los datos.

Se pueden emplear las siguientes ecuaciones para calcular las cantidades desconocidas de a y b . Estas ecuaciones se obtienen utilizando el método de los mínimos cuadrados.

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

Sin embargo, como $\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \sum xy - (\sum x)(\sum y) / n$ y $\sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - (\sum x)^2 / n$ es más fácil para los cálculos utilizar las fórmulas

$$b = \frac{\sum xy - (\sum x)(\sum y) / n}{\sum x^2 - (\sum x)^2 / n}$$

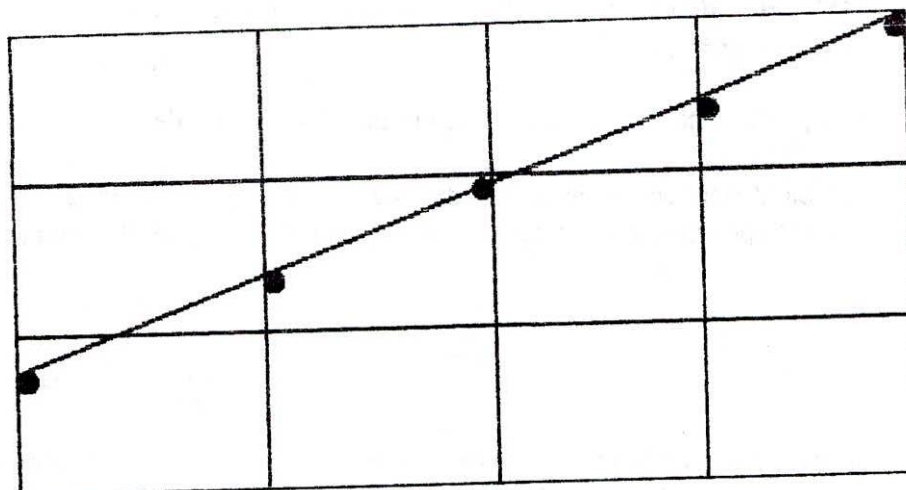
En la tabla 8.3 se reproducen los valores estimados de $\hat{y}$ y los residuos $(y - \hat{y})$ para el conjunto de datos de la tabla 8.2. La figura 8.5 muestra la línea de regresión estimada por el método de los mínimos cuadrados para esos mismos datos.

Tabla 8.3

VALORES OBSERVADOS, ESTIMADOS Y RESIDUALES PARA LOS DATOS DE LA TABLA 8.2			
Tiempo horas (x)	Resistencia compresiva		Residuos (y - $\hat{y}$)
	Observados Lbs / Pulg (y)	Estimados Lbs / Pulg ² (y)	
0.0	5.310	5.900	-590
0.5	11.210	11.800	-590
1.0	19.470	17.700	1.770
1.5	24.190	23.600	590
2.0	28.320	29.500	-1.180

Figura 8.5

LINEA DE REGRESION POR MÍNIMOS CUADRADOS PARA LOS
DATOS DE LA TABLA 8.2



Cuando ajustamos una regresión lineal simple estamos interesados en saber si nuestra variable x no tiene nada que ver con y o si realmente produce algún efecto en su comportamiento. Para determinar lo que sucede podemos probar la hipótesis $H_0: \beta = 0$, que significa que no existe relación lineal, contra la alternativa $H_1: \beta \neq 0$. Lo hacemos recurriendo a un test con $n-2$ grados de libertad, una b estimada y su error estándar estimado S_b , o sea, utilizando $t_{n-2} = b / S_b$. Si el valor de t calculado es alto en términos absolutos, rechazamos H_0 y concluimos que beta es significativamente distinto de cero y que, por lo tanto, x produce un efecto sobre y . Cuando consideramos la regresión lineal simple, partimos de la suposición implícita de que los niveles medios de y son funcionalmente dependientes de x . Esta dependencia no está incluida en la correlación de la muestra r y la pendiente estimada b , pues uno y otra miden una relación lineal entre pares de observaciones en una muestra de datos. Esta relación es la siguiente

$$b = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$$

REVISION

1. La correlación es una medida del grado de lrelación lineal entre dos variables.
2. Se puede obtener una medida de la correlación entre dos variables x e y por medio de la fórmula momento producto para el coeficiente de correlación ρ de una población con dos variables. El parámetro de la población ρ se estima con el coeficiente de correlación de la muestra r para una muestra con un tamaño n de observaciones (x,y) .
3. r puede alcanzar un valor máximo de $+1$ y mínimo de -1 .
4. La dependencia funcional de una variable y respecto a otra variable x se presenta por medio de un modelo de regresión lineal simple cuya ecuación es:

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

5. El método de los mínimos cuadrados minimiza la suma de los coadrados de las desviaciones entre los valores observados y los estimados a partir de la estimación de alfa y beta.
6. La linea estimada está dada por

$$\hat{y} = a + bx$$

7. La diferencia fundamental entre regresión y correlación consiste en que la primera entraña dependencia funcional de una variable respecto de otra y la segunda no.

TEST FINAL # 8

1. En los últimos años se realizó una encuesta entre estudiantes de odontología para reunir datos de índole financiera. En la tabla 8.4 se presentan las obligaciones medias contraídas hasta el momento de la graduación por las clases que se recibieron entre 1978 y 1982.

Tabla 8.4

Obligaciones estimadas de los encuestados en el momento de graduarse en la facultad de odontología					
Año de graduación	1978	1979	1980	1981	1982
Obligaciones medias	\$12.700	\$ 15.000	\$ 16.000	\$ 19.700	\$ 22.500

Considere que el año de graduación es la variable (x) y las obligaciones medias la variable (y). Para simplificar los cálculos tome como punto de referencia 1978 = 0, 1979 = 1 año, 1980 = 2 años, etc. Calcule el coeficiente de correlación entre estas dos variables.

2. En un estudio de la efectividad a largo plazo de un sellador de fosas y fisuras, se sellaron los primeros molares permanentes sanos de niños de seis años seleccionados. Estos molares fueron examinados una vez por año durante los tres años siguientes para determinar si el sellado había sido retenido por completo, se había perdido parcialmente o se había perdido del todo. En la tabla 8.5, se registra el porcentaje de sellador retenido en cada uno de los tres años, tomando la retención como punto de partida = 0.

Tabla 8.5

Tiempo en años (x)	Retención completa % (y)
0	100.0
1	76.8
2	50.0
3	32.9

Recurriendo al análisis de regresión, se determino que la línea que mejor cuadra con este conjunto de datos es

$$\hat{y} = 99.1 + (-22.81x)$$

Utilice esta ecuación para determinar los valores estimados de $\hat{y}$, y los residuos para cada valor de x . Confeccione un cuadro de x contra los residuos. ¿Como cuadra esa línea con los datos?

3. Ahora suponga que al cabo de 10 años se lleva a cabo otro examen. En el tiempo $x=10$ años hay un 3.6% de retención. Si se agrega este valor al análisis de regresión, nuestra nueva línea es:

$$\hat{y} = 79.73 - 8.46x$$

Use esta ecuación para determinar los valores estimados de $\hat{y}$ y los residuos para cada valor de x . ¿Cómo cuadra esta línea con los datos? ¿Cuál es la posible explicación?

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICERECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLÉ PEREZ
VICE RECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE _____

CODIGO _____

LABORATORIO # 9 REGRESION MULTIPLE

INTRODUCCIÓN: La regresión se puede definir como un análisis de datos para determinar los principales aspectos de las relaciones estadísticas entre variables dependientes e independiente con fines de descripción, control y predicción.

La regresión múltiple tiene por objeto proporcionar un modelo matemático de la regresión lineal entre una variable dependiente (variable resultado) y dos o más variables independientes o predictivas. En particular se puede predecir el nivel medio de una variable dependiente para un conjunto de valores de variables independientes.

Se puede representar un modelo de regresión múltiple con dos variables independientes de la siguiente manera:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$$

donde β_0 indica la ordenada en el origen, β_1 y β_2 los coeficientes de las dos variables independientes y ε el error de muestreo.

Dado un modelo con cierta justificación teórica, el especialista en estadística trata de estimar los coeficientes β . También procura averiguar hasta donde es un buen modelo, ajustado a los datos.

OBJETIVOS

1. Usted conocerá los componentes de un modelo de regresión múltiple y podrá leer una tabla que proporciones estos elementos.
2. Usted podrá codificar variables independientes para utilizarlas en un regresión.
3. Usted podrá distinguir cómo los conceptos de bondad de ajuste, colinealidad y valores atípicos afectan el modelo de regresión múltiple.
4. Usted se iniciará en el proceso de la regresión paso a paso para construir un modelo de regresión múltiple.

AJUSTE DE LA ECUACION DE REGRESION MULTIPLE

El ajuste del modelo de regresión se realiza utilizando los mínimos cuadrados ordinarios. Cuando están en juego varias variables independientes, los cálculos aritméticos pueden resultar muy largos, y por lo tanto, en general no es práctico iniciar la regresión múltiple sin la ayuda de una computadora.

Varios paquetes estadísticos como SAB, BMD y SPSS brindan programas completos que llevan a cabo los cálculos necesarios para la regresión múltiple.

A fin de ejemplificar los resultados que se podrían obtener, mostramos un modelo de regresión para explicar los puntajes correspondientes al índice de higiene bucal (IHB) en función de la edad, la raza, el sexo y la instrucción recibida:

$$\text{IHB} - S = 3.23 + 0.008(\text{edad}) + 0.20(\text{sexo}) - 0.45(\text{raza}) - 0.15(\text{estudios})$$

La edad se mide en años, el sexo se codifica -1= femenino y 1= masculino; la raza también se codifica -1= negra y 1= blanca y los estudios se miden de conformidad con el número de años de escolaridad (0 - 20). La variable independiente, el índice de higiene bucal simplificado, se mide en una escala de 0 a 6 en la que el mayor puntaje indica mayor acumulación de detritus y tártaro. Así el modelo predice un IHB -S medio de 1.72 para varones negros de 30 años con 16 años de escolaridad, lo que se expresa como sigue:

$$\begin{aligned}\text{IHB-S} &= 3.23 + 0.008(30) + 0.20(1) - 0.45(-1) - 0.15(16) \\ &= 3.23 + 0.24 + 0.2 + 0.45 - 2.4 \\ &= 1.72\end{aligned}$$

PROBLEMA 1

Utilizando el modelo recién definido, que puntaje medio de IHB-S estima usted que corresponde a una mujer blanca de 50 años con 14 años de estudios.

AJUSTE DE LA ECUACION DE REGRESION MULTIPLE

El ajuste del modelo de regresión se realiza utilizando los mínimos cuadrados ordinarios. Cuando están en juego varias variables independientes, los cálculos aritméticos pueden resultar muy largos, y por lo tanto, en general no es práctico iniciar la regresión múltiple sin la ayuda de una computadora.

Varios paquetes estadísticos como SAB, BMD y SPSS brindan programas completos que llevan a cabo los cálculos necesarios para la regresión múltiple.

A fin de ejemplificar los resultados que se podrían obtener, mostramos un modelo de regresión para explicar los puntajes correspondientes al índice de higiene bucal (IHB) en función de la edad, la raza, el sexo y la instrucción recibida:

$$\text{IHB} - S = 3.23 + 0.008(\text{edad}) + 0.20(\text{sexo}) - 0.45(\text{raza}) - 0.15(\text{estudios})$$

La edad se mide en años, el sexo se codifica -1= femenino y 1= masculino; la raza también se codifica -1= negra y 1= blanca y los estudios se miden de conformidad con el número de años de escolaridad (0 - 20). La variable independiente, el índice de higiene bucal simplificado, se mide en una escala de 0 a 6 en la que el mayor puntaje indica mayor acumulación de detritus y tártaro. Así el modelo predice un IHB -S medio de 1.72 para varones negros de 30 años con 16 años de escolaridad, lo que se expresa como sigue:

$$\begin{aligned}\text{IHB-S} &= 3.23 + 0.008(30) + 0.20(1) - 0.45(-1) - 0.15(16) \\ &= 3.23 + 0.24 + 0.2 + 0.45 - 2.4 \\ &= 1.72\end{aligned}$$

PROBLEMA 1

Utilizando el modelo recién definido, que puntaje medio de IHB-S estima usted que corresponde a una mujer blanca de 50 años con 14 años de estudios.

VARIABLES INDICATIVAS

Las variables indicativas con los códigos 0,1 se denominan a menudo variables ficticias. Se explica entonces que se utilice comúnmente la expresión regresión con variables ficticias. En el caso de estas variables se considera que la categoría cero es el grupo de referencia. Es conveniente elegir la categoría mayor o la más importante como grupo de referencia. Si ninguna de las categorías constituye una elección obligada se lo puede seleccionar en forma arbitraria.

El interrogante que surge es saber si son preferibles los indicadores 0,1 ó -1,1. La cuestión es de poca importancia cuando las variables tienen solo dos categorías. A veces es mejor recurrir al enfoque del grupo de referencia, pues entonces se puede hacer caso omiso del coeficiente correspondiente a esa variable si se requiere una estimación de la variable dependiente para el grupo de referencia. Esto resulta obvio, puesto que el coeficiente se debe multiplicar por cero para el caso del mencionado grupo. Por otra parte los códigos 1,-1 dan un promedio para los dos grupos cuando se prescinde del término correspondiente en la ecuación de regresión.

Utilizando los códigos 1,-1 se obtiene una estimación del efecto del sexo, duplicando el coeficiente para el sexo. Se ve fácilmente que esto es correcto pues la diferencia entre 1 y -1 es 2, por lo tanto en el ejemplo IHB-S se estima que la diferencia entre los sexos es $2 * 0.20 = 0.40$ puntos de higiene bucal. Con los puntos 0,1 el efecto de la variable sexo se habría estimado directamente por el coeficiente para el sexo, en otras palabras si se hubiesen utilizado los códigos 0,1 el coeficiente de regresión para el sexo habría sido 0.4. También se debe tomar nota de que la estimación del efecto de la variable sexo está controlada por los efectos de la edad, la raza y los estudios, pues la ecuación de regresión múltiple tiene cuatro variables independientes. Por consiguiente, si se prescinde de 0.20(sexo) en la ecuación de regresión, la media correspondiente a los negros de 30 años con 16 de escolaridad se estimará en 1.52, que es el promedio entre 1.72 para los hombres y 1.32 para las mujeres.

Sin embargo, algunas variables tienen más de dos categorías. Por ejemplo, la raza se podría haber codificado en negra, blanca, asiática, indígena, hispanica. Con cinco categorías cabe utilizar variables con cuatro indicadores de la manera siguiente:

Tabla 9.1

Variable 1: negra	1 = si	0 = no
Variable 2: blanca	1 = si	0 = no
Variable 3: asiática	1 = si	0 = no
Variable 4: indígena	1 = si	0 = no

Note usted que es innecesaria la quinta variable para la raza hispánica, que corresponde a las variables 1-4 cuando todas son 0= no. En éste caso la raza hispánica sería, además, el grupo de referencia. Para efectuar una regresión múltiple que considere cinco grupos raciales, habría que crear en el conjunto de datos cuatro variables independientes y utilizarlas en la ecuación de regresión. Las estimaciones de la variable dependiente para cada uno de los grupos raciales se pueden obtener asignando valores apropiados a cada una de las cuatro variables. Hemos visto que la raza hispánica corresponde a:

negra = 0
blanca = 0
asiática = 0
indígena = 0

La blanca corresponde a:

negra = 0
blanca = 1
asiática = 0
indígena = 0

Se recomienda utilizar las variables indicativas 0,1 para variables con más de dos categorías. Sin embargo se puede elegir entre 0,1 y -1,1 en caso de dicotomía.

PROBLEMA 2.

¿Cómo codificaría usted las siguientes variables?

1. Hemorragia o ausencia de hemorragia al sondaje de una bolsa periodontal determinada.
2. Las siete regiones geográficas de los EEUU evaluadas en el relevamiento nacional de caries dentales 1979-1980.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Los coeficientes de un modelo de regresión múltiple se pueden someter a prueba en lo que a significación estadística se refiere, utilizando test F.

Para el ejemplo del IHB-S, la significación de cada parámetro fue la siguiente:

Tabla 9.2

	β	Error estandar	Valor de p
Ordenada en el origen	3.23	0.2	<0.001
Edad	0.008	0.003	<0.004
Sexo	0.20	0.03	<0.001
Raza	-0.45	0.06	<0.001
Estudios cursados	-0.15	0.01	<0.001

Tome nota de que se ha designado a (β) para designar los estimadores. Se puede obtener un intervalo con el 95% de confianza para cada coeficiente de regresión por medio de $\beta \pm 2$ (error estandar); es el estimador más o menos dos errores estandar en ese estimador. Si el coeficiente para el sexo se estima en 0.20, es probable que se encuentre dentro de 1 rango que va de 0.14 a 0.26. En la última columna de la tabla 9.2 se muestran los valores de p para cada coeficiente. Tanto el valor de la ordenada en el origen como el de cada una de las cuatro variables independientes son altamente significativos. La interpretación es que cada una de las cuatro variables independientes explica una parte significativa de la varianza observada en IHB-S y que esta parte significativa es adicional a la explicada por las otras tres variables.

PROBLEMA 3.

Utilizando la información de la tabla 9.3:

1. Escriba una ecuación de regresión múltiple para la variable dependiente IP.
2. Determine el intervalo con el 95% de confianza para la edad.
3. Indique las variables independientes significativas al nivel de $P=0.05$

Tabla 9.3

ANÁLISIS DE REGRESIÓN DEL ÍNDICE PERIODONTAL			
	β	Error estándar	Valor de p
Ordenada en el origen	-0.761	0.295	0.010
IHB	0.188	0.100	0.060
Edad	-0.001	0.004	0.753
Raza	0.222	0.065	0.001
Estudios cursados	0.033	0.018	0.068
Sexo	-0.055	0.035	0.122

Un problema fundamental que se plantea en los análisis estadísticos es saber si se puede someter a prueba un parámetro por vez o si hay que hacerlo con combinaciones de parámetros, todas al mismo tiempo, al respecto es útil tener en cuenta los siguientes puntos:

1. Suponga que alguien está interesado en averiguar si la raza es un valor significativo para explicar la variabilidad del IHB. Si la raza se codifica en negra o blanca, es suficiente someter a prueba un único coeficiente. Ya hemos visto en nuestro ejemplo cual es su significación ($P < 0.001$). Sin embargo si se ha codificado a la raza con arreglo a las cinco categorías mencionadas puede suceder que el examen a una única variable ficticia para cada uno de los grupos raciales no proporcione suficiente prueba estadística de la significación de la raza. Sería deseable determinar primero si los cuatro parámetros para la raza son significativos en forma conjunta. Luego las variables ficticias se podrían someter a prueba aisladamente para ver cual de las razas difiere de la raza de referencia. Es posible que se manifiesten dos contradicciones aparentes:

- La raza en su conjunto puede ser significativa sin que lo sea ninguna variable aislada.
- Una o más de las variables pueden ser significativas sin que lo sea la raza en forma global.

Si la raza es significativa en forma global, puede ocurrir que el grupo de referencia sea uno que esta en el medio del camino y que no difiere de manera significativa de los extremos a cada uno de los lados. No obstante, los extremos difieren lo suficiente para que la raza sea un factor que explique la variabilidad del IHB. Por otra parte, si uno de los extremos es la raza de referencia, una de las otras razas puede diferir de ella lo bastante para que aparezca una variable ficticia significativa. Sin embargo, quizá esta diferencia no garantice un patrón radical significativo en su conjunto.

2. Aunque una variable independiente no sea significativa y el examen demuestre que tampoco lo es otra variable independiente puede suceder que no haya que eliminar ambas a la vez de la ecuación de regresión. Si bien en el contexto de ajustar dos variables independientes aisladas en lugar de dos categorías correspondientes en esencia a la misma variable.

BONDAD DEL AJUSTE

Una manera común y directa de evaluar un modelo de regresión es calcular hasta donde se ajusta bien a los datos. Resulta obvio que es probable que un modelo con un buen ajuste sea más convincente que uno con ajuste deficiente. La bondad del ajuste se puede medir por medio del coeficiente de determinación. Este coeficiente es igual a R^2 , donde R es una medida de correlación entre la variable dependiente y todo el conjunto de variables independientes del modelo. La interpretación de R^2 indica que se trata de la proporción de la variabilidad de la variable dependiente que se explica a partir de las variables independientes, por lo tanto R^2 es una proporción que asume valores dentro del rango 0 - 1. Si R^2 esta cerca de cero, el modelo no puede explicar sino poca variación de la variable dependiente. Si R^2 se aproxima a 1, el modelo explica la mayor parte de la variabilidad de la variable dependiente.

No hay una regla práctica que le permita determinar cuan grande debe ser R^2 . Con respecto a ciertas aplicaciones de las ciencias de la salud donde se revelan seres humanos, un R^2 de 0.2 ó más puede ser razonable. En cambio, en un proceso de fabricación, un modelo destinado a estimar la calidad de determinado producto, puede ser inadecuado a menos que R^2 sea 0.7 ó más. Lo mejor es determinar que un R^2 es bueno o malo de conformidad con trabajos previos de índole similar. Sin embargo, es importante que el conjunto total de variables independientes en el modelo explique una proporción estadísticamente significativa de la varianza de la variable dependiente. En otras palabras, es importante que R^2 sea diferente de cero. Por lo común, la prueba del modelo de regresión se incluye en la salida impresa del programa previamente preparado de una computadora.

COLINEALIDAD

Cuando dos o más variables independientes están mutua y altamente correlacionadas, el poder de predicción de una de las variables independientes sólo se puede distinguir parcialmente del poder de predicción de la variable (o grupo de variables) correlacionada(s). En esta situación es difícil que la técnica estadística de los mínimos cuadrados permita determinar cuanta capacidad de predicción se pueda atribuir a una u otra de las variables independientes. Esta situación colineal complica la interpretación porque a menudo el analista está interesado en la influencia incrementadora de una variable independiente cuando los otros factores ya están controlados. Si los otros factores muestran tendencia a ser colineales respecto de la variable independiente que interesa, es difícil definir el concepto de influencia incrementadora, que depende del modelo de regresión múltiple que se utilice.

Por ejemplo, el modelo de regresión de IHB tiene a la edad, el sexo, la raza y la escolaridad como variables independientes. Si se incluyeran los ingresos como quinta variable es probable que fuesen colineales con los estudios cursados. En otras palabras, la correlación entre escolaridad e ingresos complicaría la interpretación relativa del efecto marginal de los estudios.

Este efecto marginal podría ser muy reducido si los ingresos estuvieran en el modelo porque, una vez controlado el efecto de estos últimos, el poder explicativo adicional de la instrucción puede ser pequeño. Esto origina algún tipo de problema en cuanto a la definición de lo que queremos decir con efecto marginal de la escolaridad.

Como hemos visto, este efecto marginal es grande con respecto al modelo de regresión con cuatro variables independientes.

En general, un enfoque razonable de este problema es no poner variables colineales en un modelo de regresión. Otro efecto puede conducir a confeccionar un índice que mida el efecto conjunto de ingresos y escolaridad y a utilizar ese índice en el modelo de regresión. Como regla práctica, las variables correlacionadas con pares con $R > 0.7$ no se deben incluir juntas en un modelo de regresión.

PROBLEMA 4.

Explique que se entiende por colinealidad.

LA INFLUENCIA DE LOS DATOS

Algunos valores influyen mucho más que otros en las estimaciones de los coeficientes de regresión. Es importante saberlo, pues puede ser inadecuado que un coeficiente de regresión este dominado por solo uno o dos elementos de la muestra. Los puntos cercanos a los valores medios son los que menos influyen en los coeficientes de regresión. Los puntos extremos con respecto a los medios ejercen una influencia mayor. Por eso los valores atípicos son los primeros que deben ser revisados para ver si no están influyendo indebidamente en los coeficientes de regresión. Un valor atípico puede ser cualquier punto ubicado a más de tres desviaciones estándar de la media.

Si se detecta un valor atípico que parezca exageradamente influyente, quizá la estrategia apropiada deba consistir en calcular un segundo modelo de regresión eliminando el punto sospechoso. El examen de cambio en uno o más coeficientes de regresión identificará la influencia de ese punto en particular. El paso siguiente es decidir que se va a hacer con él. No se lo puede eliminar directamente pues puede tener validez y estar ejerciendo la influencia adecuada. La táctica más segura es cerciorarse de que los valores que tienen que ver con el ítem son correctos y confirmar que se lo puede considerar parte de una muestra razonablemente homogénea. Si quedan dudas de consideración sobre alguno de estos aspectos, es probable que el punto en cuestión deba ser eliminado. Si no las hay, lo más seguro será incluirlo y hacer algún comentario sobre la influencia de ese punto en particular. Lo mismo se aplica cuando dos o más puntos influyen en forma conjunta.

PROBLEMA 5.

¿Dónde es más probable que estén ubicados los datos que influyen más y donde los que influyen menos en los coeficientes de regresión?

ERROR DE MEDICION EN VARIABLES INDEPENDIENTES

La regresión múltiple da por sentado que la variable dependiente se puede medir con error, pero no presupone que haya errores de medición en las variables independientes. Si estos se producen se pueden obtener estimaciones sesgadas de los coeficientes de regresión. Será prudente consultar a alguien con experiencia en estadística si aparece este problema de error en las variables.

REGRESION PASO A PASO

A menudo nos vemos frente a esta situación: tenemos muchas variables independientes y queremos averiguar cuáles forman el conjunto que mejor explica la variabilidad en la variable dependiente. La regresión paso a paso es apropiada para efectuar esta tarea. La idea consiste en elegir como primera variable independiente la que permite explicar la mayor parte de la variación en la variable dependiente. Luego se agrega una segunda variable que será la más próxima a la primera con respecto a esa explicación.

El método de selección progresiva se puede ampliar por medio de la eliminación hacia atrás. Puede suceder que alguna de las variables deje de dar una buena explicación de la variabilidad cuando se incorporan al modelo otras variables relacionadas.

El ejemplo del IHB puede aclarar la cuestión. Si se hubiera llevado a cabo un análisis paso a paso, los ingresos habrían podido entrar en el quinto paso, entonces con la edad, el sexo, la raza y los ingresos incorporados en el modelo, la escolaridad puede dejar de ser una explicación de trascendencia para la variación adicional. La eliminación hacia atrás de las variables innecesarias se puede incluir en un procedimiento por etapas en procura de un modelo moderado.

Es probable que el supuesto más importante de una ecuación de regresión múltiple sea que el modelo tiene cierta justificación teórica. No es aconsejable confiar exclusivamente en cálculos estadísticos para generar un modelo. Por el contrario, es necesario que haya una prudente interacción entre el conocimiento preciso del área de aplicación y los hechos que comunican el conjunto de datos disponible.

REVISION

1. La regresión múltiple proporciona un modelo matemático de la relación lineal de una variable dependiente (efecto) y dos ó más variables independientes o predictivas.

2. Modelo con dos variables independientes

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$$

Los coeficientes de regresión se pueden someter a pruebas de significación estadística utilizando el test F.

3. A efectos de distinguir muchas categorías, la regresión con variables ficticias usa variables indicativas con los códigos 0,1, donde 0 se puede considerar como el grupo de referencia. Las variables dicótomas se pueden codificar de -1 a 1.

4. La bondad del ajuste de un modelo se puede medir por medio del coeficiente de determinación R^2 . En un modelo con buen ajuste existe clara concordancia entre los valores esperados y los observados y R^2 se aproxima a 1.

5. Cuando dos o más variables independientes están altamente correlacionadas el poder predictivo de una de ellas solo se diferencia parcialmente del poder predictivo de la variable o grupo de variables correlacionadas. Se dice que estas variables son colineales.

6. En la regresión paso a paso las variables independientes se eligen sobre la base de la cantidad de variación que explican en la variable dependiente. En la selección progresiva se elige en primer lugar la variable que entraña la mejor explicación, en segundo término la que le sigue en capacidad explicativa, etc. Sin embargo, los coeficientes de regresión cambian de conformidad con los agregados al modelo, de manera que la incorporación de una nueva variable puede hacer que pierda significación una incluida previamente. En la selección hacia atrás, el modelo empieza con todas las variables independientes. Se las va sacando de a una por vez para ver si así se reduce el ajuste del modelo. La selección por pasos incluye tanto la progresiva como la hacia atrás, pues procura obtener el modelo que mejor conjuga la sencillez con la bondad del ajuste.

TEST FINAL # 9

Seleccione las respuestas correctas:

1. La regresión múltiple se puede utilizar:

- a) para explicar los efectos de muchas variables independientes sobre una determinada variable dependiente.
- b) para determinar cual de muchas variables ejerce la mayor influencia sobre una variable dependiente
- c) para predecir el valor medio de una variable dependiente a partir de valores medios de variables independientes
- d) Todas las anteriores.

2. A fin de lograr el mejor modelo de regresión, ¿Cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

- a) Es conveniente que el coeficiente de determinación sea elevado

- b) las variables adicionales deben aumentar significativamente la bondad del ajuste.
- c) Siempre hay que eliminar los valores atípicos
- d) En general se deben incluir las variables colineales.
- e) Hay que utilizar la selección progresiva y no la hacia atras.

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDUARDO GARCIA RIVERA
VIGENTE 2017
Quinto de Mayo, Chile

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5



PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLÉ PEREZ
VICERECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

BIOESTADISTICA

TERCER SEMESTRE

NOMBRE _____ **CODIGO** _____

LABORATOTIO # 10 EL PROTOCOLO DE INVESTIGACION

INTRODUCCION: Luego de haber estudiado todos los laboratorios relativos al análisis de datos , quizá experimente usted un sentimiento de curiosidad e incluso de frustración, pues no aprecia con claridad como encaja ese análisis en el conjunto de un proyecto de investigación. En este laboratorio examinaremos las distintas etapas de la preparación de un protocolo y de la conducción de un proyecto de investigación. Primero repasaremos la forma en que se utiliza el protocolo, después describiremos sus secciones principales, empleando para ello ejemplos de investigación odontológica.

OBJETIVOS

1. Usted reconocerá por lo menos cuatro motivos para escribir un protocolo de investigación.
2. Usted podrá enumerar las siete secciones principales de un protocolo de investigación y conocerá la secuencia de etapas de un proyecto de investigación.
3. Usted podrá preparar el esquema de un protocolo de investigación para un proyecto en el campo de la odontología.
4. Usted podrá evaluar protocolos de investigación y artículos científicos que se hayan publicado.

UTILIZACION DE UN PROTOCOLO

Los usos fundamentales de un protocolo de investigación son cuatro. Un protocolo de investigación se utiliza para contar a los demás:

1. Porqué es necesaria la investigación;
2. Qué procedimientos se deben efectuar;
3. Cómo se llevarán a cabo esos procedimientos;
4. Qué resultados espera usted que produzca el análisis.

Una digresión: Si usted está familiarizado con las técnicas de la escritura o si ha tomado un curso sobre comunicación, probablemente reconozca estas palabras clave(¿porqué? ¿qué? ¿cómo? y ¿entonces qué?) . No es coincidencia que las razones para escribir un protocolo sean las similares a los conceptos considerados esenciales en la comunicación. Las técnicas de la escritura y la comunicación son generalmente las mismas, no importa el asunto que se trate.

También puede recurrir usted a las cuatro razones principales para escribir un protocolo de investigación si tiene que evaluar un artículo científico ya publicado. Al leerlo fórmúlese a sí mismo las siguientes cuatro preguntas:

1. ¿Porqué es importante este artículo? ¿son importantes el tema de la investigación y los resultados del estudio?
2. ¿Qué dicen los autores? ¿Cuál es el tema de la investigación y cuales los resultados del estudio?
3. ¿Cómo lo saben? ¿Es adecuado el diseño de la investigación y son válidos los métodos de recolección de datos?
4. ¿Entonces qué? ¿Tienen los hallazgos alguna significación o añaden algo a los conocimientos ya existentes?

PROBLEMA 1.

Sin leer nada para encontrar la respuesta, confeccione una lista con los cuatro usos principales de un protocolo de investigación.

SECCIONES DEL PROTOCOLO

Un protocolo de investigación tiene siete secciones principales, que si se siguen, nos dicen el porqué, el qué, el cómo, y el entonces qué del proyecto.

El protocolo terminado debe servir para explicar que se propone la investigación y proporcionar un plan explícito para emprender el proyecto pertinente.

En este plan se determinarán los recursos necesarios para llevar a cabo la investigación y se suministrarán en detalle los datos suficientes para que otro investigador, en otro tiempo y lugar, pueda conducir el mismo proyecto. Las siete secciones son las siguientes:

1. Antecedentes y problema

El error más común que cometen muchos investigadores neófitos es la omisión de este primer paso crítico. Lo peor que puede suceder es que alguien diga: "no revisé la bibliografía porque todavía no me he decidido en cuanto al tema específico de la investigación".

En primer término se debe definir el problema general. Puede ser un problema de alguna ciencia fundamental, de clínica o de un sistema de atención de salud. A continuación se practica la búsqueda bibliográfica de todo lo que se relacione con el problema general. A partir de esta revisión crítica de la bibliografía se plantea el tema específico de la investigación. Por consiguiente este tema específico es resultado y no causa de la revisión bibliográfica. El investigador tiene que conocer el trabajo de otros estudiosos acerca del tema específico de la investigación que va a llevar a cabo. Esta sección incluye:

- Un enunciado del problema general que ha inducido a formular determinado interrogante.
- Los motivos para llevar a cabo la investigación y la significación que ella tiene (un argumento convincente que atraiga el interés científico del lector)
- Una revisión crítica de la bibliografía
- Una lista de referencias que documente la revisión.

Es importante comprender que la revisión bibliográfica debe ser realmente crítica. Esto significa que se deben evaluar el diseño, las medidas, la recolección de datos y el análisis de cada uno de los estudios previos para determinar su validez y confiabilidad. Sólo se requiere que el tema específico de su investigación responda a estudios previos válidos por sus diseños, procedimientos y análisis.

2. Objetivos e hipótesis

Aunque breve, esta sección es indispensable. Las hipótesis se deben enunciar siempre y cuando sean posibles. Muy a menudo se emprende un proyecto de investigación sin haber articulado coherentemente los resultados esperados. Usted debe tener cierta idea sobre el resultado de la investigación. Sus expectativas se reflejarán entonces en hipótesis. En los estudios que pretenden establecer relaciones causa-efecto en sustancias o fenómenos específicos, es preciso enunciar algunas hipótesis con respecto a las relaciones que se espera encontrar. Claro que si la investigación es exploratoria o descriptiva, puede suceder que no se sepa mucho sobre las variables en estudio y no sea conveniente formular una hipótesis. Pero entonces se deben exponer objetivos.

La hipótesis nula: La forma estadística de formular una hipótesis es plantear una hipótesis nula. A veces los investigadores prefieren proponer la hipótesis desde el punto de vista positivo y señalan sus expectativas acerca de los resultados. Aunque este método es aceptable, usted debe recordar que los ensayos estadísticos se efectúan para rechazar la hipótesis nula planteada.

3. Diseño de la investigación

La determinación de los objetivos de la investigación entraña la necesidad de definir la población por estudiar. En este caso la población no se refiere a gente sino, al tipo de unidades o elementos a partir de los cuales se obtendrán los datos. Pueden ser tubos de ensayo, portaobjetos o personas. Si se pretende que la investigación revele relaciones de causa-efecto entre diversos objetos puede resultar apropiado algún tipo de diseño experimental.

Existen dos clases fundamentales de diseño de investigación. Una es la investigación de relevamiento, que a menudo se aplica en forma de investigación epidemiológica en su contexto médico y comprende proyectos de investigación diseñados para describir la distribución de un factor específico dentro de una población específica. La segunda es la investigación experimental que se utiliza para comprobar relaciones de causa-efecto.

Los temas científicos son muy específicos y la gran mayoría de los proyectos de investigación biomédica procuran descubrir el efecto de un elemento, sustancia o fenómeno sobre otro elemento, sustancia o fenómeno.

Una vez escrito claramente el diseño, también se deben exponer los procedimientos para:

- El ensayo preliminar de los métodos de recolección de datos.

- El adiestramiento de las personas que recolectarán los datos
- La especificación de la manera de recolectar datos al comenzar el periodo de estudio.

4. Datos por recolectar

El conocimiento del diseño específico de la investigación y la capacidad de enunciar objetivos o hipótesis habrán allanado el camino para decidir cuales son los datos que se deben recolectar. Una buena medida es confeccionar una lista de cada variable y cada medición para las cuales se requieran datos. En esta lista se deben incluir todos los datos necesarios para someter a prueba las hipótesis planteadas o alcanzar los objetivos del estudio. La enunciación de cada variable se denomina definición conceptual; la explicación precisa de cómo se va a medir cada variable se llama definición operativa.

En la sección sobre recolección de datos se debe establecer claramente cómo se obtendrán cada uno de ellos y quien será el encargado de recolectarlos, registrarlos y almacenarlos. En esta sección se puede incluir también una copia o un bosquejo preliminar de los formularios que se van a utilizar para la recolección de los datos.

5. Análisis de los datos y presentación del informe

En el protocolo de investigación se debe incluir una investigación detallada de los procedimientos referentes al manejo y análisis de los datos y a la presentación del correspondiente informe. Una breve lista de control permitirá confrontar los contenidos de esta sección. Los datos:

- a) Se controlarán para determinar su exactitud y cabalidad
- b) Se resumirán con estadística descriptiva
- c) Se analizarán con test de significación
- d) Se presentarán en tablas, figuras y gráficos

Aunque no es necesario que el protocolo incluya una información completa de estos procedimientos, es recomendable que los investigadores demuestren su conocimiento de estos pasos tan importantes y que por eso mismo los mencionen en la sección de protocolo destinada al manejo y análisis de datos.

Ahora es el momento de un paso crucial que a veces no se tiene en cuenta suficientemente en lo que respecta al tiempo que demanda. Se trata de la interpretación de los resultados, el análisis secundario y la correspondiente redacción del informe. La cantidad de tiempo que se necesita para meditar sobre los resultados obtenidos y comprenderlos en función de los estudios previos es a menudo mucho mayor de lo que el investigador neófito piensa o planifica. Puede suceder que el tiempo requerido para la interpretación de los resultados y preparación de un informe sea muchísimo mayor que el previsto y que la presión ejercida para emprender un nuevo proyecto, trabajo clínico o tarea administrativa impida la publicación de un informe final bien redactado. Esta situación es lamentable y debe ser tomada en consideración por los investigadores y los organismos de financiamiento en el momento de la preparación del protocolo de investigación.

Esquema del informe final: El esquema básico de un informe escrito comprende, además de las cinco secciones ya expuestas, los resultados, el examen crítico, el resumen y las conclusiones. Un informe tipo presenta entonces el siguiente esquema.

- 1) Introducción: Para presumir los objetivos, estudios previos y antecedentes clínicos pertinentes al experimento.
- 2) Métodos: Para describir el diseño experimental y la ejecución del experimento, incluyendo los métodos de medición y los procedimientos de recolección de datos y para resumir los métodos estadísticos utilizados en el análisis de resultados.
- 3) Resultados: Para incluir un conjunto de tablas y cifras referidas a los pacientes participantes en el estudio y resumir todos los hallazgos efectuados en relación con la eficacia, la seguridad y otros interrogantes de la investigación. Estos datos se deben presentar con claridad y descriptivamente en una narración consisa que ponga de relieve los datos más importantes.
- 4) Examen crítico: Para brindar una interpretación cuidadosa del significado de los resultados descriptivos e inferenciales en función con los objetivos predefinidos del estudio. También se realizan comparaciones con estudios previos, se analizan las posibles críticas a la validez y confiabilidad y se examinan explicaciones alternativas de los hallazgos.
- 5) Resumen y conclusiones: Para proporcionar una visión panorámica del estudio en su conjunto. Las conclusiones deben responder al interrogante básico planteado en los objetivos.

6. Cronograma de trabajo

El cronograma completo se vuelca a menudo en una única tabla donde las actividades correspondientes a las principales etapas del proyecto se enumeran en la columna de la izquierda y los meses en que se llevan a cabo se colocan en la línea superior. No hay que adivinar mucho para decidir que actividades se deben poner en la columna. Cada actividad debe tener una fecha de iniciación y otra de terminación. Al confeccionar el cronograma de trabajo, usted podrá darse de que si bien ciertas tareas se pueden realizar de manera simultanea, hay otras que estan supeditadas a la realización previa de determinadas actividades. Por lo tanto, la elaboración del cronograma le permitirá calcular cuanto tiempo le demandará la ejecución del proyecto en todas sus etapas. Quizá tenga usted que incluir ciertas actividades relacionadas con la planificación y administración propias del proyecto, habida cuenta del tiempo que necesariamente se les ha de consagrar en la institución donde esté trabajando.

Se puede ver a continuación una miniversión de un típico cronograma de trabajo. Este esquema se denomina diagrama de Gant. Cada una de las 9 actividades incluidas se puede desglosar en otras

Calendario anual

Actividades laborales	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Contratación personal	_____											
Ensayo preliminar de métodos		_____										
Impresión de formularios			_____									
Recolección de datos				_____								
Ingreso de datos					_____							
Análisis de datos							_____		_____	_____		
Interpretación							_____			_____	_____	
Preparación del informe							_____				_____	
Auditoría financiera		_____					_____			_____		_____

7. Presupuesto y justificación del presupuesto

La sección del protocolo que demuestra que usted tiene cabal consciencia del esfuerzo que requiere la ejecución del proyecto es la descripción de los recursos que se van a necesitar. Por lo general, esta sección puede quedar completamente incluida en el presupuesto y la justificación del presupuesto, que explica de donde deriva cada gasto provisto.

Más adelante se reproduce un presupuesto para un proyecto de investigación que se planea terminar en el lapso de 1 año. Los principales tipos de recursos se desglosan así:

Costos directos

Personal	consultores
Profesional	locales
Administrativo	Servicios subcontratados
Equipo	Viajes
Suministros	Impresión / publicación

Costos indirectos

Muchas fundaciones y organismos oficiales y privados que financian investigaciones le pedirán que incluya estimaciones detalladas de los costos aproximados del tiempo consagrado por el personal a las funciones determinadas que se le asignen, locales, suministros o cualquier otra contribución necesaria para la ejecución del proyecto. Podrá entonces advertir que en el presupuesto se hace mención del tiempo dedicado al proyecto por parte del personal cuyas actividades no se solventan con fondos solicitados al organismo donante. Fíjese también que hay dos tipos de costos: directos e indirectos. Generalmente estos últimos se calculan en forma muy sencilla: representa un porcentaje previamente concentrado del costo total. En nuestro ejemplo los costos directos constituyen el 75% de los costos directos en concepto de personal, consultores y viajes.

PRESUPUESTO**Costos directos**

Personal		Dedicación al proyecto			Solicitado
Nombre	Puesto	% de tiempo	Salario	Adicionales	Total
C. D. Thorny	Investigadora principal	25			
D. G. Kistler	Coinvestigador	15	15.000	3.000	18.000
C.B. Roush	Estadística	10	5.000	1.000	6.000
M.G. Coleman	Aux de invest.	33	6.000	1.200	7.200
G.L. Bucher	Programadora	25	7.000	1.400	8.400
D.L.Kilhenfner	Secretaria	50	9.000	1.800	10.800
Subtotales			US\$ 42.000	8.400	50.400
Consultores					
R.V. Roengten - cinco(5) días a US\$ 300/día					1.500
Equipo					
Una(1) computadora personal (especificar)					3.500
Suministros					
Franqueo- US\$ 50/mes 600					
Utiles oficina US\$ 2.500					
Teléfono US\$ 100/mes por 12 meses 1.200					
Fotocopias US\$ 600					4.900
Locales					
Alquiler US\$ 1.200/mes por 12 meses 14.400					
Restauraciones US\$ 3.500 para división de ambientes					17.900
Viajes					
Viajes locales para recolectar datos US\$ 50/mes 600					
Dos reuniones nacionales/año para dos investig. US\$ 750/viaje					3.600
Servicio subcontratado					
Impresiones/publicaciones US\$ 1.700					
Gastos de computación US\$ 2.600					4.300
Costos directos totales					86.100
Costos indirectos totales (fijos) 75% de costo personal, consul, viajes					41.625
TOTAL					127.725

Justificación del presupuesto

Personal:

C.D. Thorny será la investigadora principal del proyecto y dedicará el 25% de su tiempo a fiscalizar todas las etapas de la administración del subsidio y elaborar el informe.

D.G. Kistler, la coinvestigadora del proyecto, coordinará todas las actividades del personal participante y tendrá a su cargo el calibrado de las mediciones y la recolección de datos.

C.B. Roush se encargará del análisis de los datos y garantizará que los servicios de computación se programen y utilicen correctamente.

Consultores:

R.V. Roentgen es profesora de radiología de la universidad estatal y controlará la estandarización y el calibrado de los examinadores que se utilicen en los métodos de diagnóstico.

Equipo:

Computadora personal con teclado, monitor CRT, memoria de 256K e impresora LQ1170 de alta calidad.

Locales:

Espacio para oficina de 40m². Necesita arreglos menores para que se lo pueda usar con eficiencia.

Viajes:

Los viajes locales se realizarán para recolectar datos. Están previstos viajes fuera del estado para que la investigadora principal y la coinvestigadora asistan a dos reuniones nacionales por año.

Subcontratos:

Para la impresión y encuadernación de 300 ejemplares del informe final. Para la computación de los principales datos en la oficina central de cómputo en la universidad.

PROBLEMA 2.

Antes de pasar a la lista de control para evaluar las propuestas de investigación, compruebe si puede confeccionar la lista de las siete secciones principales de un protocolo de investigación.

EVALUACION DE PROTOCOLOS DE INVESTIGACION

Ahora que tiene listo el borrador de su protocolo lo que tiene que hacer es evaluarlo. Se puede formular estas preguntas para ver si ha pasado por alto alguno de los puntos fundamentales que probablemente vaya a tomar en cuenta el funcionario del organismo donante que se encargue de revisar su protocolo.

1. Antecedentes y problema

¿Es suficiente la información relativa a los antecedentes y está el problema definido con claridad?

¿Se ha revisado críticamente la bibliografía pertinente?

¿No surge que ya se conoce la respuesta a los problemas que se plantean?

¿Constituirían los resultados del estudio una contribución valiosa para el ámbito científico al que están destinados?

2. Objetivos e hipótesis

¿Están enunciados con claridad los objetivos o hipótesis, se definen y deducen directamente a partir del enunciado del problema?

¿Se pueden alcanzar los objetivos o hipótesis con los recursos suministrados en el proyecto?

¿Indican con claridad los objetivos o hipótesis el tipo de datos que será preciso recolectar?

¿Se explicitan los supuestos relacionados con los objetivos o hipótesis de la investigación?

3. Diseño de la investigación

¿Se especifican con detalle los procedimientos experimentales o de relevamiento?

¿Se describe acabadamente la metodología del muestreo?

¿Se describe perfectamente la población identificada?

¿Es factible el plan para conformar los grupos testigo y experimental?

¿Controlará la identificación de ambos grupos las variables críticas en estudio?

¿Cuáles son las limitaciones del diseño propuesto?

4. Datos por recolectar

¿Han quedado especificados todos los datos que se deben recolectar?

¿Se han tomado en debida consideración los sujetos humanos?

¿Guardan los datos por recolectar relación directa con los objetivos o hipótesis?

¿Se han expuesto detalladamente los procedimientos de medición?

¿Esta bien documentado que estos procedimientos son confiables?

¿Reúnen los datos por recolectar las condiciones necesarias para verificar la hipótesis o alcanzar los objetivos propuestos?

5. Análisis de los datos y presentación del informe

¿Se describe con claridad el plan para el análisis estadístico?

¿Son apropiados los procedimientos estadísticos?

¿Se han efectuado o se proyecta efectuar ensayos preliminares adecuados de los procedimientos o métodos de medición?

6. Cronograma de trabajo

¿Se incluyen en el cronograma de trabajo todas las secciones principales del proyecto

¿Es un cronograma realista donde se tienen en cuenta los otros compromisos y funciones del investigador?

¿Es técnicamente lógico el circuito laboral?

¿Es factible desarrollar el proyecto en el plazo previsto?

7. Presupuesto y justificación del presupuesto

¿Se dispone del suficiente personal competente para llevar a cabo el estudio?

¿Serán las instalaciones, equipo y demás recursos disponibles o solicitados los adecuados para este proyecto de investigación?

¿Se han dado ya los primeros pasos para conseguir de unos respaldo y colaboración y de otros el compromiso de participar en el proyecto?

¿Deja la justificación del presupuesto abiertos interrogantes que requieren más explicaciones?

¿Son las partidas del presupuesto excesivas o insuficientes o a caso no guardan relación con el proyecto de investigación?

¿Justifican los posibles beneficios del estudio los fondos solicitados?

REVISION

1. El protocolo de investigación se utiliza para narrar el porqué, el qué y el cómo de un proyecto de investigación y el entonces qué de los resultados esperados.
2. Las secciones principales de un protocolo de investigación son:
 - Antecedentes y problema
 - Objetivos e hipótesis
 - Diseño de la investigación
 - Datos por recolectar
 - Análisis de los datos y presentación del informe
 - Cronograma de trabajo
 - Presupuesto y justificación del presupuesto
3. Por lo general se enuncian objetivos cuando el proyecto de investigación es descriptivo y se formulan hipótesis cuando se propone establecer las relaciones causales entre las variables en estudio.
4. La enunciación del elemento que se va a trabajar constituye la llamada definición conceptual. La descripción de como se va a medir cada elemento en estudio se denomina definición operativa.
5. En los diseños de investigación de relevamiento se seleccionan para su estudio muestras de una población conocida. Los hechos obtenidos a partir de una muestra se generalizan y extienden a la población correspondiente. La investigación experimental aparea o conforma aleatoriamente los elementos que se estudian en grupos experimentales y testigos que se consideran similares excepto en lo que constituye el objeto de la investigación.
6. El protocolo debe describir explícitamente los procedimientos de recolección y análisis de datos. En esta descripción se deben incluir los planes referentes a ensayos preliminares, adiestramiento, elaboración de datos, análisis estadístico, interpretación y preparación de un informe..
7. El presupuesto, la justificación del presupuesto y el cronograma de trabajo constituyen los elementos administrativos de un protocolo de investigación.

REVISION

1. El protocolo de investigación se utiliza para narrar el porqué, el qué y el cómo de un proyecto de investigación y el entinces qué de los resultados esperados.
2. Las secciones principales de un protocolo de investigación son:
 - Antecedentes y problema
 - Objetivos e hipótesis
 - Diseño de la investigación
 - Datos por recolectar
 - Análisis de los datos y presentación del informe
 - Cronograma de trabajo
 - Presupuesto y justificación del presupuesto
3. Por lo general se enuncian objetivos cuando el proyecto de investigación es descriptivo y se formulan hipótesis cuando se propone establecer las relaciones causales entre las variables en estudio.
4. La enunciación del elemento que se va a trabajar constituye la llamada definición conceptual. La descripción de como se va a medir cada elemento en estudio se denomina definición operativa.
5. En los diseños de investigación de relevamiento se seleccionan para su estudio muestras de una población conocida. Los hechos obtenidos a partir de una muestra se generalizan y extienden a la población correspondiente. La investigación experimental aparea o conforma aleatoriamente los elementos que se estudian en grupos experimentales y testigos que se consideran similares excepto en lo que constituye el objeto de la investigación.
6. El protocolo debe describir explícitamente los procedimientos de recolección y análisis de datos. En esta descripción se deben incluir los planes referentes a ensayos preliminares, adiestramiento, elaboración de datos, análisis estadístico, interpretación y preparación de un informe..
7. El presupuesto, la justificación del presupuesto y el cronograma de trabajo constituyen los elementos administrativos de un protocolo de investigación.

TEST FINAL # 10

En los últimos dos años del ejercicio profesional usted ha notado que, en la atención de pacientes con enfermedad periodontal moderada, aparentemente se obtienen resultados similares con el tratamiento no quirúrgico conservador en algunos pacientes que con el tratamiento quirúrgico en otros.

Usted cree que es posible que este brindando el tratamiento quirúrgico en los casos algo más difíciles, pero no está demasiado seguro, pues sus decisiones acerca del tipo de tratamiento suelen verse influidas por el temor de algunos pacientes a la cirugía o por el deseo de otros de ser intervenidos quirúrgicamente porque están cubiertos por su seguro.

Prepare por escrito un esquema de protocolo de investigación para un proyecto diseñado con el propósito de probar la efectividad de los tratamientos quirúrgicos en relación con la que tienen los no quirúrgicos en casos de enfermedad periodontal con el mismo grado de patología clínica.

Asegurese de que queden incluidas todas las secciones del protocolo de investigación, incluya también un presupuesto y un cronograma de trabajo.

HOJA DE RESPUESTAS
LABORATORIO N. _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE DIRECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina

PROBLEMA No 1

PROBLEMA No 2

PROBLEMA No 3

PROBLEMA No 4

PROBLEMA No 5

PROBLEMA No 6

PROBLEMA No 7

PROBLEMA No 8

PROBLEMA No 9

PROBLEMA No 10

DESARROLLO

TEST FINAL No _____

CARLOS EDGAR OVALLE PEREZ
VICE-RECTOR
Gimnasio J. Sta. Catalina